

TENDENCIAS EN SERIES DE TIEMPO

Prof. Adrián Fernández
CURSO METODOS CUANTITATIVOS AVANZADOS -
Opción Econometría

Edición 2009

Contenido

- Introducción
- Especificaciones de la tendencia
- Nelson y Plosser (1982)
- Perron(1989)
- Zivot y Andrews (1992)

INTRODUCCIÓN

- ▶ Seguimos a DeJong y Whiteman (1991).
- ▶ Hasta pasada la mitad del S.XX las series macroeconómicas fueron ampliamente consideradas como presentando una tendencia determinística (*trend-stationary* -TS). Esto es, como modelos con fluctuaciones transitorias alrededor de tendencias determinísticas lineales o exponenciales.
- ▶ Pero el trabajo de Fuller (1976) y Dickey-Fuller (1981) sobre la econometría de las series integradas permitió el testeo de la presencia de raíces unitarias. Nelson y Plosser (1982) vuelven popular este análisis en macroeconomía.
- ▶ Nelson y Plosser, así como Perron (1986) y otros autores, testean y no rechazan la hipótesis de integración (I(1)) de varias series macroeconómicas como el PIB, el consumo, los índices de acciones y los dividendos.

INTRODUCCIÓN

- ▶ De esta forma, los estudios concluyen que varias series macroeconómicas requieren diferenciarlas para transformarlas en estacionarias - estacionarias en diferencia (*difference-stationary* -DS).
- ▶ Los tests de raíces unitarias (o test de integración) son importantes por dos razones.
 - **Estadística:** los residuos obtenidos por la regresión en el tiempo de una serie integrada estarán autocorrelacionados y serán I(1). A su vez, la diferencia de un proceso TS genera similares problemas. Inferencias basadas en series inapropiadamente ajustadas por tendencia (*detrended*) pueden conducir a conclusiones equivocadas.
 - Interpretación de **política económica.** Los test de integración han sido utilizados para fundamentar los modelos de ciclos de negocios (*real business cycle*) sobre los modelos de ciclos monetarios (*monetary business cycle*). El hecho de que una serie sea integrada determina que todos los shocks que recibe son "permanentes".

INTRODUCCIÓN

- ▶ La importancia del modelo estadístico que describe la tendencia reside en el hecho de que diferentes modelos implican diferentes conclusiones relativas a la validez de las teorías y de las políticas económicas.
- ▶ Siguiendo a Perron (1989), en relación a las teorías macroeconómicas la consecuencia más importante de la "revolución de la raíz unitaria" iniciada por Nelson y Plosser es que bajo esta hipótesis los shocks aleatorios tienen efectos permanentes en el sistema. Las fluctuaciones no son transitorias.
- ▶ Las conclusiones de esta "revolución" contrarrestaron la visión prevaleciente de que los ciclos de negocios podían considerarse como fluctuaciones transitorias alrededor de un más o menos estable sendero de crecimiento (*trend path*).

INTRODUCCIÓN

- ▶ Los tests estadísticos en aplicación tienen una baja potencia. No es extraño que series de tiempo sean consistentes tanto con la hipótesis de una raíz unitaria como con la hipótesis de una tendencia determinística en el tiempo.
- ▶ Actualmente existe varios test consistentes, con propiedades asintóticas deseables, pero dado el tamaño de nuestras series de tiempo es frecuentemente difícil distinguir entre modelos razonables de tendencia.
- ▶ En 1989, P. Perron argumentó que el test convencional de Dickey-Fuller (*tDF*) tiende a aceptar la hipótesis nula de raíz unitaria muy seguido cuando el verdadero proceso generador de datos (*data generating process* - DGP) es un modelo TS con un quiebre (*break*) en la constante o en la pendiente de la función de tendencia.

Especificaciones de la tendencia

Procesos TS (Trend-Stationary)

Procesos que pueden ser expresados como una función determinística del tiempo, llamada tendencia, más un proceso estocástico estacionario con media cero.

z_t logaritmos naturales de las series

u_t desviaciones de la tendencia

$$\begin{aligned} z_t &= a + b t + u_t & [1] \\ f(L) u_t &= q(L) \varepsilon_t & \varepsilon_t \sim \text{i.i.d} (0, s_\varepsilon^2) \end{aligned}$$

a y b son parámetros fijos, L es el operador de retardos, $f(L)$ y $q(L)$ son polinomios en L que satisfacen las condiciones de estacionariedad e invertibilidad.

El proceso cumple $E(z_t) = a + b t$ y $V(z_t) = s_u^2 t$

Especificaciones de la tendencia

Procesos DS (Difference Stationary)

Procesos en los que las diferencias de primer ó mayor orden son procesos ARMA estacionarios e invertibles. Supongamos el caso de un $I(1)$.

$$\begin{aligned} (1-L) z_t &= b + u_t & [2] \\ d(L) u_t &= l(L) \varepsilon_t & \varepsilon_t \sim \text{i.i.d} (0, s_\varepsilon^2) \end{aligned}$$

$d(L)$ y $l(L)$ son polinomios con raíces fuera del círculo unidad.

Caso más simple: caminata "pura" al azar, o sea $u_t = \varepsilon_t$

$$V(z_t) = t s_u^2$$

También se puede representar como: $z_t = z_0 + bt + \sum u_j$ [3]

Las ecuaciones [1] y [3] indican que los dos tipos de procesos pueden escribirse como funciones lineales del tiempo más desviaciones.

Especificaciones de la tendencia

- ▶ La ordenada en [1] es un parámetro fijo, mientras que en [3] es una función de hechos históricos.
- ▶ Las desviaciones de la tendencia en [1] son estacionarias, y en [3] son acumulaciones de cambios estacionarios. La acumulación no es estacionaria ya que su varianza aumenta sin límite cuando t se hace mayor.
- ▶ Los procesos DS son puramente estocásticos en naturaleza. Los TS son fundamentalmente determinísticos.
- ▶ Cuando suponemos que TS es el apropiado, implícitamente estamos acotando la incertidumbre y restringiendo en gran medida la relevancia del pasado sobre el futuro.

Nelson y Plosser

TENDENCIAS Y CAMINATAS AL AZAR EN SERIES DE TIEMPO MACROECONÓMICAS (1982)

- ▶ Analizan series de tiempo históricas para EEUU
- ▶ Modelo de componentes no observados del producto que descompone las fluctuaciones en: un componente secular o de crecimiento, y un componente cíclico.
- ▶ Se supone que las fluctuaciones cíclicas desaparecen con el tiempo, por lo tanto cualquier movimiento de largo plazo (no estacionario), es necesariamente atribuido al componente tendencial.

Nelson y Plosser

Hasta Nelson y Plosser

- ▶ Se suele ajustar por tendencia ("detrend" en inglés) las series de tiempo con regresiones sobre el tiempo (una recta o, en general, un polinomio en el tiempo). Los residuos se interpretan como el componente cíclico a ser explicado por la teoría del ciclo de los negocios.
- ▶ El movimiento tendencial no necesariamente tiene que ser modelizado por una tendencia determinística. Las caminatas al azar también presentan crecimiento pero no siguen un camino determinístico.

Nelson y Plosser

Análisis de datos históricos de EE.UU.

Autocorrelaciones muestrales de los niveles

Tabla 2 - Inicio en 0.96 con un retardo y van disminuyendo lentamente al aumentar los retardos (caminata al azar).
Excepción: tasa de desempleo (estacionaria).

Autocorrelaciones muestrales de las primeras diferencias

Tabla 3 - Positivas y significativas en el primer retardo. No significativas para mayores retardos (MA(1)).

Nelson y Plosser

Los resultados son inconsistentes con el modelo TS. Salvo que el modelo TS presente un componente autorregresivo en las desviaciones respecto a la tendencia con una raíz suficientemente cercana a la unidad.

Si estas series provienen de un proceso TS, las desviaciones de la tendencia deben estar suficientemente autocorrelacionadas como para dificultar la distinción entre TS y DS en base a las autocorrelaciones simples.

Autocorrelaciones muestrales de las desviaciones de las tendencias

Tabla 4 - Refuerza la evidencia en contra de la representación TS.

Nelson y Plosser

Test de Dickey y Fuller:

Resultados (Tabla 5): Rango de \hat{r} : 0.706 - 1.03 (mayoría entre 0.85 y 0.93)

Tabla D-F: sólo el desempleo muestra un valor del estadístico menor al valor de tabla a un 5% de significación(-3.45).

En resumen, la evidencia presentada es consistente con la representación DS de no estacionariedad en la series de tiempo económicas.

Nelson y Plosser

RESUMEN Y CONCLUSIONES

- ▶ Dos hipótesis alternativas sobre la naturaleza de la no estacionariedad en las series de tiempo macroeconómicas fueron testeadas.
- ▶ Los resultados de Nelson y Plosser son consistentes con la hipótesis de que la no estacionariedad surge de la acumulación en el tiempo de primeras diferencias estacionarias e invertibles (es decir, el comportamiento DS), como contraposición al comportamiento TS (fluctuaciones estacionarias alrededor de una tendencia determinística).

Nelson y Plosser

RESUMEN Y CONCLUSIONES

Si el producto consiste en un componente de crecimiento no estacionario más un componente cíclico estacionario, entonces el componente de crecimiento debe por sí mismo ser un proceso estocástico no estacionario más que una tendencia determinística como se ha supuesto generalmente en los trabajos empíricos.

Variaciones en ambos componentes contrario al análisis empírico del ciclo de los negocios basado en los residuos de la tendencia

Nelson y Plosser

RESUMEN Y CONCLUSIONES

Finalmente,

- ▶ Los *shocks* al componente secular o no estacionario dan cuenta de una gran parte de la variación observada.
- ▶ Asignar una mayor porción de la varianza del producto a las innovaciones en este componente no estacionario le da un rol importante a los factores reales en las fluctuaciones del producto y pone límites a la importancia de las teorías monetarias del ciclo de los negocios.

Perron (1989)

- ▶ Confrontando la amplia literatura de afirmación de la existencia de raíz unitaria en las series macroeconómicas, Perron formula una hipótesis, que luego contrasta con un conjunto de series, de que muchas de estas series no están caracterizadas por la presencia de raíces unitarias y, por tanto, las fluctuaciones son transitorias.
- ▶ Perron encuentra que sólo dos eventos han tenido efectos permanentes sobre las variables macroeconómicas: el gran choque (*great crash*) de 1929 y el choque de los precios de petróleo en 1973.
- ▶ Para llegar a esa conclusión un postulado debe ser introducido: estos choques excepcionales no fueron una realización del PGD subyacente al modelo. Es decir, fueron exógenos a estos.

Perron (1989)

- ▶ El enfoque de Perron sigue el espíritu del análisis de intervención (*intervention analysis*) de Box y Tiao: los eventos atípicos (*outliers*) pueden ser separados de la función de ruido y pueden ser modelizados como cambios o intervenciones en la parte determinística del modelo.
- ▶ Estas intervenciones se supone que ocurren en una fecha conocida. Esta afirmación será luego considerada una debilidad en el análisis de Perron.
- ▶ Perron analiza las mismas series que Nelson y Plosser, agregando el PIB trimestral. Encuentra que el quiebre de tendencia es 1929 para las series anuales, y 1973Q1 para el PIB trimestral.

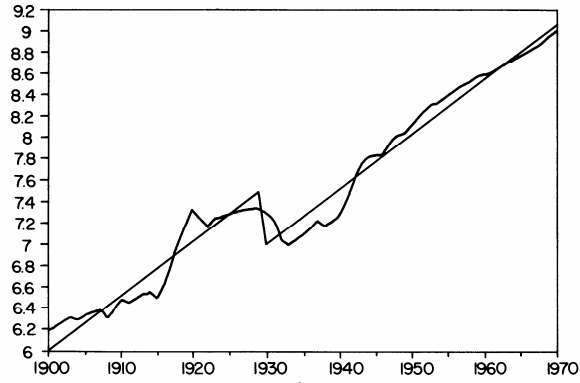
Perron (1989)

ESTRATEGIA DE MODELIZACION

- ▶ 3 diferentes caracterizaciones de la alternativa de quiebre de tendencia pueden ser consideradas:
 - El modelo "choque" (*crash*) que habilita el análisis de quiebre en el intercepto.
 - El modelo de "crecimiento cambiante" (*changing growth*) que permite un quiebre en la pendiente, pero donde los dos segmentos adyacentes al quiebre toman el mismo valor.
 - El modelo "mixto" (*mixed*) que consiera simultáneamente un quiebre en el intercepto y en la pendiente.

Perron

Un modelo tipo (A) de salarios nominales.

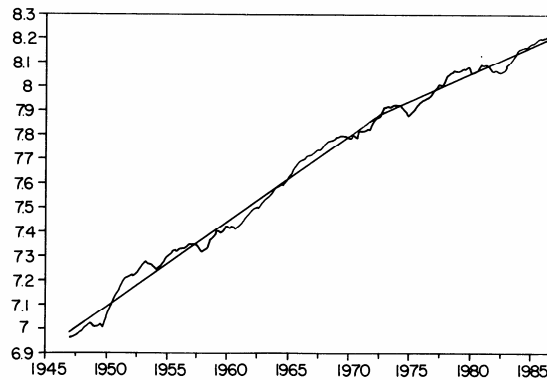


Note: The broken straight line is a fitted trend (by OLS) of the form $\hat{y}_t = \hat{\mu} + \hat{\gamma} DU_t + \hat{\beta} t$ where $DU_t = 0$ if $t \leq 1929$ and $DU_t = 1$ if $t > 1929$.

FIGURE 1.—Logarithm of “Nominal Wages.”

Perron

Un modelo tipo (B) del PIB trimestral de posguerra.

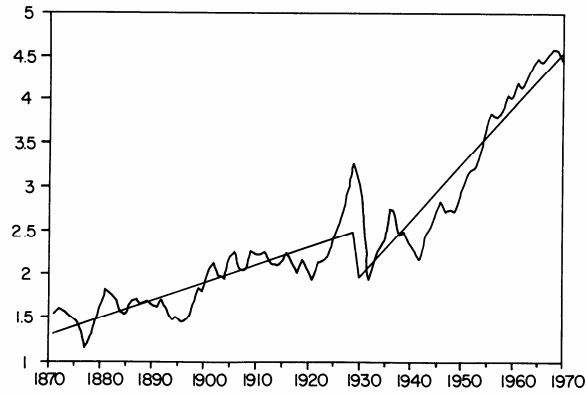


Note: The broken straight line is a fitted trend (by OLS) of the form: $\hat{y}_t = \hat{\mu} + \hat{\beta} t + \hat{\gamma} DT_t^*$ where $DT_t^* = 0$ if $t \leq 1973:1$ and $DT_t^* = t - T_B$ if $t > 1973:1 = T_B$.

FIGURE 2.—Logarithm of “Postwar Quarterly Real GNP.”

Perron

Un modelo tipo (C) del índice de acciones.



Note: The broken straight line is a fitted trend (by OLS) of the form $\tilde{y}_t = \tilde{\mu} + \tilde{\gamma}_1 DU_t + \tilde{\beta}t + \tilde{\gamma}_2 DT_t$, where $DU_t = DT_t = 0$ if $t \leq 1929$ and $DU_t = 1$, $DT_t = t$ if $t > 1929$.

FIGURE 3.—Logarithm of “Common Stock Prices.”

Perron

Estas hipótesis pueden especificarse con modelos de raíz unitaria que admiten el quiebre por única vez. La hipótesis nula de estas pruebas corresponden a los siguientes modelos :

Model (A) $y_t = \mu + dD(TB)_t + y_{t-1} + e_t,$

Model (B) $y_t = \mu_1 + y_{t-1} + (\mu_2 - \mu_1)DU_t + e_t,$

Model (C) $y_t = \mu_1 + y_{t-1} + dD(TB)_t + (\mu_2 - \mu_1)DU_t + e_t,$ where

$$D(TB)_t = 1 \quad \text{if } t = T_B + 1, \quad 0 \text{ otherwise;}$$

$$DU_t = 1 \quad \text{if } t > T_B, \quad 0 \text{ otherwise; and}$$

$$A(L)e_t = B(L)v_t,$$

donde T_B – Time Break, el momento (período) de quiebre de tendencia.

Perron

En lugar de considerar una hipótesis alternativa de un componente estacionario alrededor de una tendencia determinística con parámetros invariantes en el tiempo (modelo C de Dickey-Fuller) Perron propone :

Alternative hypotheses:

$$\text{Model (A)} \quad y_t = \mu_1 + \beta t + (\mu_2 - \mu_1)DU_t + e_t,$$

$$\text{Model (B)} \quad y_t = \mu + \beta_1 t + (\beta_2 - \beta_1)DT_t^* + e_t,$$

$$\text{Model (C)} \quad y_t = \mu_1 + \beta_1 t + (\mu_2 - \mu_1)DU_t + (\beta_2 - \beta_1)DT_t + e_t$$

where

$$DT_t^* = t - T_B, \quad \text{and} \quad DT_t = t \quad \text{if} \quad t > T_B \quad \text{and} \quad 0 \quad \text{otherwise.}$$

donde T_B – Time Break, el momento (período) de quiebre de tendencia.

Perron

► En el diseño de tests de raíces unitarias que permitan distinguir frente a un modelo competidor de tendencias segmentadas, Perron propuso la siguiente metodología:

1. Especificar el momento del tiempo del quiebre de tendencia (*break-date* - T_B).
2. Especificar el modelo que combina la nula y la alternativa de quiebre de tendencia.
3. Bajo la hipótesis nula, derivar la distribución en el límite del estadístico "t" (estrictamente, de la pseudo-t).
4. Estimar la regresión para la serie específica.
5. Contrastar los VC con el valor para la serie específica. Si rechaza H_0 concluye que la serie presenta tendencia segmentada del tipo especificado.

Perron

Los modelos estimados que combinan la nula y la alternativa, para los tres tipos (A, B y C respectivamente) son:

$$y_t = \hat{\mu}^A + \hat{\theta}^A DU_t + \hat{\beta}^A t + \hat{d}^A D(TB)_t + \hat{\alpha}^A y_{t-1} + \sum_{i=1}^k \hat{c}_i \Delta y_{t-i} + \hat{\varepsilon}_t,$$

$$y_t = \hat{\mu}^B + \hat{\theta}^B DU_t + \hat{\beta}^B t + \hat{\gamma}^B DT_t^* + \hat{\alpha}^B y_{t-1} + \sum_{i=1}^k \hat{c}_i \Delta y_{t-i} + \hat{\varepsilon}_t,$$

$$y_t = \hat{\mu}^C + \hat{\theta}^C DU_t + \hat{\beta}^C t + \hat{\gamma}^C DT_t + \hat{d}^C D(TB)_t + \hat{\alpha}^C y_{t-1} + \sum_{i=1}^k \hat{c}_i \Delta y_{t-i} + \hat{\varepsilon}_t.$$

donde $DT_t = 0$ si $t \leq T_B$ y $DT_t = t$ si $t > T_B$

$DT_t^* = 0$ si $t \leq T_B$ y $DT_t^* = t - T_B$ si $t > T_B$

Perron

► Las hipótesis nulas para los modelos anteriores son:

- Modelo (A): $\alpha^A = 1$, $\beta^A = 0$ y $\theta^A = 0$. Es decir, el modelo A en la hipótesis nula, como se especificó antes, es:

$$y_t = \mu^A + d^A * D(TB_t) + y_{t-1} + \sum_{i=1}^k c_i * \Delta y_{t-i} + \varepsilon_t$$

- Modelos (B) y (C): $\alpha = 1$, $\gamma = 0$ y $\beta = 0$.

Perron

- ▶ La distribución es deducida por Perron por Simulación de MonteCarlo, denominándola $t_I DF(T_B)$ where $I = A, B, \text{ o } C$ correspondiente al modelo Crash, Changing Growth, o Mixed.
- ▶ La distribución en el límite $t_I DF(T_B)$ depende de la ubicación del quiebre de tendencia (T_B) y de la forma del quiebre bajo la hipótesis alternativa.
- ▶ El supuesto de que la ubicación del quiebre es conocida a priori ha sido criticada por numerosos estudios, notablemente por Christiano (1992). Christiano argumenta que la elección del punto de quiebre está en muchos casos correlacionado con los datos.

Perron

- ▶ Esto es, el investigador puede determinar la localización del punto de quiebre a través de la inspección visual de los datos. Desde el momento que esta metodología de Perron no permite distinguir si este 'exament pre-test' de los datos fue realizado, la hipótesis de raíz unitaria será rechazada más de lo correcto.
- ▶ Un importante número de estudios han propuesto extensiones al trabajo de Perron que no requieren la especificación a priori del punto de quiebre. Entre ellos: Zivot y Andrews (1992), Banerjee, Lumsdiane y Stock (1992), Perron y Vogelsang (1992), Perron (1997), Vogelsang y Perron (1998).

Zivot y Andrews (1992)

- ▶ Zivot y Andrews toman como punto de partida de su análisis el supuesto utilizado por Perron que establecía que los años de la Gran Depresión y del *shock* petrolero podían ser tratados como eventos exógenos. En particular examinan la sensibilidad de los resultados de Perron con respecto a dicho supuesto de exogeneidad.
- ▶ Zivot y Andrews parten de criticar a Perron porque él fija el punto de quiebre tratando tanto a la Gran Depresión como al Shock Petrolero del 73 como eventos exógenos. En particular se analiza la sensibilidad del resultado de Perron con respecto a dicho supuesto, argumentando que esto implicaría un problema de tipo *data-mining*.

Zivot y Andrews (1992)

- ▶ En este sentido Zivot y Andrews señalan que si bien Perron incluye la crisis petrolera para hacer el estudio, también podía haber incorporado otros grandes eventos como la guerra de Vietnam o la desregulación financiera. Desde el punto de vista estadístico la intervención exógena significaría que ésta no tiene nada que ver con el proceso generador de datos de la serie, por tanto no puede ser modelizado como algo aleatorio.