Solución del Práctico 2

Ejercicios Domiciliarios

Ej. (2.6)

x_i = Producción diaria de refrigeradores de tipo i

$$
\begin{aligned}
\text{máx} \quad & z = 20x_A + 30x_B \\
\text{s.r.} \quad & 1/3x_A + 2/3x_B \leq 40 \\
& x_A \leq 60 \\
& x_B \leq 50 \\
& x_A, x_B \geq 0
\end{aligned}
$$

La solución óptima es: $x_A^* = 60$
$x_B^* = 30$
$z^* = 2100$

Ej. (2.7)

Existen 2 productos (A y B) y 2 procesos (1 y 2)

La definición de las variables de decisión se relaciona con el output de cada uno de los Procesos de Producción (i = 1,2). Dicho output es un "paquete" constituido:

en el caso de x_1 (monto del proceso 1) por 2 onzas de A y 1 onza de B
en el caso de x_2 (monto del proceso 2) por 3 onzas de A y 2 onzas de B.

Entonces la función objetivo propuesta es:

$$\text{máx} \quad z = [(2 \text{ x } 16) + (1 \text{ x } 14)] \text{ x } x_1 + [(3 \text{ x } 16) + (2 \text{ x } 14)] \text{ x } x_2$$

$$
\begin{aligned}
\text{s.r.} \quad & 2x_1 + 3x_2 \leq 60 \\
& x_1 + 2x_2 \leq 40 \\
& x_1, x_2 \geq 0
\end{aligned}
$$

Ej. (2.8)

Si consideramos que la restricción planteada de que los trabajadores contratados part time "pueden ser contratados para trabajar 4 hs. consecutivas por día" se interpreta como que las contrataciones **solamente** se pueden hacer en un régimen de 4hs. consecutivas, entonces la solución propuesta sería la siguiente:

x_A = nº de empleados full time con descanso de 12 a 13 hs.
x_B = nº de empleados full time con descanso de 13 a 14 hs.
y_i = nº de empleados part time empezando el período (i) i = 1,2,3,4,5

mín $z = (25 \times 8) \times (x_A + x_B) + (4 \times 20) \times (\sum y_i)$

s.r.
$$
\begin{aligned}
x_A + x_B + y_1 &\geq 4 \\
x_A + x_B + y_1 + y_2 &\geq 3 \\
x_A + x_B + y_1 + y_2 + y_3 &\geq 4 \\
x_B + y_1 + y_2 + y_3 + y_4 &\geq 6 \\
x_A + y_2 + y_3 + y_4 + y_5 &\geq 5 \\
x_A + x_B + y_3 + y_4 + y_5 &\geq 6 \\
x_A + x_B + y_4 + y_5 &\geq 8 \\
x_A + x_B + y_5 &\geq 8
\end{aligned}
$$

$$x_A + x_B + y_i \geq 0 \quad i = 1,2,3,4,5$$

Ej. (2.9)
x1 – total de butano empleado
x2 – total de productos catalíticos empleados
x3 – total de fuel empleado
y – total de nafta producida

(a)
min $z = 0{,}58\, x_1 + 1{,}55\, x_2 + 0{,}85\, x_3$

s.r.
$$
\begin{aligned}
120x_1 + 100x_2 + 74x_3 &\geq 89y \\
60x_1 + 2{,}5x_2 + 4x_3 &\geq 11y \\
105x_1 + 3x_2 + 12x_3 &\geq 17y \\
x_1 + x_2 + x_3 &= y \\
y &= 12000
\end{aligned}
$$

$$x_i \geq 0 \quad i = 1,2,3$$

Ej. (2.10)

	Hrs./asist.
Enero	8.000
Febrero	9.000
Marzo	7.000
Abril	10.000
Mayo	9.000
Junio	11.000

El problema es contratar los empleados para cumplir con los requerimientos y atendiendo el objetivo de minimizar costos.

(a)

x_1 - n° de asistentes de vuelo que empiezan el entrenamiento el mes de Enero.
x_2 - n° de asistentes de vuelo que empiezan el entrenamiento el mes de Febrero.
x_6 - n° de asistentes de vuelo que empiezan el entrenamiento el mes de Junio.

y_1 – n° de asistentes de vuelo experimentados disponibles el mes de Enero.
y_2 – n° de asistentes de vuelo experimentados disponibles el mes de Febrero.
y_6 – n° de asistentes de vuelo experimentados disponibles el mes de Junio.

$$\min z = 900 \times (x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6) + 1700 \times (y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + y_5 + y_6)$$

s.r.

$$x_6 = 0$$
$$y_1 = 60$$
$$150\, y_1 - 100\, x_1 \geq 8.000$$
$$150\, y_2 - 100\, x_2 \geq 9.000$$
$$150\, y_3 - 100\, x_3 \geq 7.000$$
$$150\, y_4 - 100\, x_4 \geq 10.000$$
$$150\, y_5 - 100\, x_5 \geq 9.000$$
$$150\, y_6 - 100\, x_6 \geq 11.000$$
$$y_{t+1} = 0{,}9\, y_t + x_t \quad t = 1,2,3,4,5,6$$

$$x_t,\, y_t \geq 0 \quad t = 1,2,3,4,5,6$$

Ej. (2.11)

(a)

x_i – n° de aviones enviados hacia (A)   i = 1,2,3 según el tipo
y_i – n° de aviones enviados hacia (B)   i = 1,2,3

min $z = 23\,x_1 + 15\,x_2 + 1{,}4\,x_3 + 58\,y_1 + 20\,y_2 + 3{,}8\,y_3$

$$
\begin{array}{llllllll}
\text{s.r.} & 45\,x_1 + 7\,x_2 + 5\,x_3 & & & & & \geq & 20 \\
 & & & 45\,y_1 + 7\,y_2 + 5\,y_3 & & & \geq & 28 \\
 & x_1 & + & y_1 & & & \leq & 8 \\
 & x_2 & + & y_2 & & & \leq & 15 \\
 & x_3 & + & y_3 & & & \leq & 11
\end{array}
$$

$x_i, y_i \geq 0 \quad i = 1,2,3$

Ej. (2.12)

(a)

x1 – producción de tostadoras con técnica manual
x2 – producción de tostadoras con técnica semi automática
x3 – producción de tostadoras con técnica robotizada

min $z = 7\,x_1 + 8\,x_2 + 8{,}5\,x_3$

s.r.
$x_1 + x_2 + x_3 = 1000$ (producción suficiente de tostadoras)
$x_1 + 4\,x_2 + 8\,x_3 \leq 4.500$ (Mano de obra capacitada)
$40\,x_1 + 30\,x_2 + 20\,x_3 \leq 36.000$ (Mano de obra no especializada)
$3\,x_1 + 2\,x_2 + 4\,x_3 \leq 2.700$ (Tiempo de ensamble)

$x_i \geq 0 \quad i = 1,2,3$

(b) Aparece una nueva restricción que es la siguiente:

$$\frac{x_1 + 4\,x_2 + 8\,x_3}{x_1 + 4\,x_2 + 8\,x_3 + 40\,x_1 + 30\,x_2 + 20\,x_3} \geq 0{,}10$$

(c)

Aparece una nueva variable:

x_4 – tiempo de taller no empleado (variable de holgura)

Los cambios que se producen son:

- Cambia la 4° restricción a: $3 x_1 + 2 x_2 + 4 x_3 + x_4 = 2700$
- Se agrega una restricción de no negatividad: $x_4 \geq 0$
- Cambia la función objetivo por: $z = 7 x_1 + 8 x_2 + 8{,}5 x_3 + 0{,}5 x_4$
  La variable de holgura aparece en la función objetivo como una variable con coeficiente distinto de 0. El tiempo que alquilo no lo voy a usar para la producción, entonces es un costo para mi plan de producción (no para toda la empresa)

Ej. (2.13)

x_{1G} – unidades de tamaño grande de la planta 1
x_{2G} – unidades de tamaño grande de la planta 1
x_{3G} – unidades de tamaño grande de la planta 1
x_{1M} – unidades de tamaño grande de la planta 1
x_{2M} – unidades de tamaño grande de la planta 1
x_{3M} – unidades de tamaño grande de la planta 1
x_{1P} – unidades de tamaño grande de la planta 1
x_{1P} – unidades de tamaño grande de la planta 1
x_{1P} – unidades de tamaño grande de la planta 1

Función objetivo:

máx $z = (x_{1G} + x_{2G} + x_{3G})x420 + (x_{1M} + x_{2M} + x_{3M})x360 + (x_{1P} + x_{2P} + x_{3P})x300$

Restricciones:

$$\left.\begin{array}{l} x_{1G} + x_{1M} + x_{1P} \leq 750 \\ x_{2G} + x_{2M} + x_{2P} \leq 900 \\ x_{3G} + x_{3M} + x_{3P} \leq 450 \end{array}\right\} \text{Capacidad por cada planta}$$

$$\left.\begin{array}{l} 20\,x_{1G} + 15\,x_{1M} + 12\,x_{1P} \leq 13.000 \\ 20\,x_{2G} + 15\,x_{2M} + 12\,x_{2P} \leq 12.000 \\ 20\,x_{3G} + 15\,x_{3M} + 12\,x_{3P} \leq 5.000 \end{array}\right\}$$ Pies cuadrados por planta (espacio)

$$\left.\begin{array}{l} x_{1G} + x_{2G} + x_{3G} \leq 900 \\ x_{1M} + x_{2M} + x_{3M} \leq 1.200 \\ x_{1P} + x_{2P} + x_{3P} \leq 750 \end{array}\right\}$$ Venta diaria de cada tipo de producto (demanda)

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{x_{1G} + x_{1M} + x_{1P}}{750} = \dfrac{x_{2G} + x_{2M} + x_{2P}}{900} \\ \dfrac{x_{1G} + x_{1M} + x_{1P}}{750} = \dfrac{x_{3G} + x_{3M} + x_{3P}}{450} \\ \dfrac{x_{2G} + x_{2M} + x_{2P}}{900} = \dfrac{x_{3G} + x_{3M} + x_{3P}}{450} \end{array}\right\}$$ Igual proporción de capacidad adicional

$x_i \geq 0$ para todo i

Ej. (2.14)

Lado derecho	t	A(t)	B(t)	C(t)	D(t)	R(t)
L1	1	A(1)	B(1)			R(1)
L2	2	A(2)	B(2)	C(2)		R(2)
L3	3	A(3)	B(3)			R(3)
L4	4	A(4)				R(4)
L5	5				D(5)	
Fn. Objetivo	6	1,4 x A(4)	1,7x B(3)	1,9 x C(2)	1,3 x D(5)	

Lo último que quedaba de la inversión lo invirtió en D5

R(t) – lo que queda de la inversión

L1 = 60.000
L2 = R(1)
L3 = R(2) + 1,4 x A(1)
L4 = R(3) + 1,4 x A(2) + 1,7 x B(1)
L5 = R(4) + 1,4 x A(3) + 1,7 x B(2)

Entonces:

Función Objetivo:

Máx z = 1,4 x A(4) + 1,7 x B(3) + 1,9 x C(2) + 1,3 x D(5)

Restricciones:

A(1) + B(1) + R(1) = 60.000
A(2) + B(2) + C(2) + R(2) = R(1)
A(3) + B(3) + R(3) = 1,4 x A(1) + R(2)
A(4) + R(4) = 1,4 x A(2) + 1,7 x B(1) + R(3)
D(5) = 1,4 x A(3) + 1,7 x B(2) + R(4)

$A_t \geq 0$ t = 1,2,3,4
$B_t \geq 0$ t = 1,2,3
$C_2 \geq 0$
$D_5 \geq 0$

Problema planteado para Excel:

$$\text{Máx } z = 1{,}4 \times A(4) + 1{,}7 \times B(3) + 1{,}9 \times C(2) + 1{,}3 \times D(5)$$

$$\begin{aligned}
A(1) + B(1) + R(1) &= 60.000 \\
A(2) + B(2) + C(2) + R(2) - R(1) &= 0 \\
A(3) + B(3) + R(3) - 1{,}4 \times A(4) - R(2) &= 0 \\
A(4) + R(4) - 1{,}4 \times A(2) - 1{,}7 \times B(1) - R(3) &= 0 \\
D(5) - 1{,}4 \times A(3) - 1{,}7 \times B(2) - R(4) &= 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&A_t \geq 0 \quad t = 1,2,3,4 \\
&B_t \geq 0 \quad t = 1,2,3 \\
&C_2 \geq 0 \\
&D_5 \geq 0
\end{aligned}$$

Ej. (2.15)

x_{ij} – horas que trabaja el operador i el día j (hombres)
y_{ij} – horas que trabaja el operador i el día j (mujeres)

Función Objetivo:

$$\min z = 10x(\sum x_{1j}) + 10{,}1x(\sum x_{2j}) + 9{,}9x(\sum x_{3j}) + 9{,}8x(\sum x_{4j}) + 10{,}8x(\sum y_{1j}) + 11{,}3x(\sum y_{2j})$$

Restricciones:

$$\left.\begin{aligned}
(\textstyle\sum x_{i1}) + (\sum y_{i1}) &= 14 \\
(\textstyle\sum x_{i2}) + (\sum y_{i2}) &= 14 \\
(\textstyle\sum x_{i3}) + (\sum y_{i3}) &= 14 \\
(\textstyle\sum x_{i4}) + (\sum y_{i4}) &= 14 \\
(\textstyle\sum x_{i5}) + (\sum y_{i5}) &= 14
\end{aligned}\right\}$$

Que no haya más de un operario en el horario de 8:00 am a 10:00 pm (14 horas)

$$\left.\begin{aligned}
&\textstyle\sum x_{1j}, \sum x_{2j}, \sum x_{3j}, \sum x_{4j} \geq 8 \\
&\textstyle\sum y_{1j}, \sum y_{2j} \geq 7
\end{aligned}\right\}$$

Nivel mínimo de horas trabajadas por semana para mantener conocimiento.

$$\left.\begin{array}{llll} x_{11} \leq 6 & x_{13} \leq 6 & x_{15} \leq 6 & \\ x_{22} \leq 6 & x_{24} \leq 6 & & \\ x_{31} \leq 4 & x_{32} \leq 8 & x_{33} \leq 4 & x_{35} \leq 4 \\ x_{41} \leq 5 & x_{42} \leq 5 & x_{43} \leq 5 & x_{45} \leq 5 \\ y_{11} \leq 3 & y_{13} \leq 3 & y_{14} \leq 8 & \\ y_{24} \leq 6 & y_{25} \leq 2 & & \end{array}\right\}$$

Máximo de horas diarias que pueden trabajar.