

EJERCICIO 1

Una firma provee su producción de helados a los expendios en tres sabores : Crema, Frutilla y Chocolate. Debido al calor extremo y la alta demanda, la compañía tiene un déficit en el abastecimiento de los ingredientes básicos: leche, azúcar y crema. Esta situación hace que la firma no pueda cumplir con todos los pedidos recibidos desde los locales de venta al público, y tenga que seleccionar la cantidad a producir de cada producto en función de maximizar su ganancia total teniendo en cuenta las restricciones en la disponibilidad de cada uno de los ingredientes básicos.

Los helados de crema, frutilla y chocolate generan una ganancia unitaria de \$0.50, \$0.50 y \$0.75 por litro vendido. La empresa dispone en inventario de 200 litros de leche, 150 Kg. de azúcar y 60 Lts. de crema. La Tabla siguiente indica la utilización de los recursos por unidad de cada producto.

RECURSOS	PRODUCTOS		
	Crema	Frutilla	Chocolate
Leche (Lts)	0.45	0.50	0.40
Azucar (Kg)	0.50	0.40	0.40
Crema (Lts)	0.10	0.15	0.20
Ganancia unitaria Por Producto	\$0.50	\$0.50	\$0.75

RESPONDER Y JUSTIFICAR SU RESPUESTA.

(1) Formular el modelo de Programación Lineal para este problema

$$\begin{aligned} \text{Max } Z &= 0.5 x_1 + 0.5 x_2 + 0.75 x_3 \\ \text{s.r.} \\ 0.45 x_1 + 0.50 x_2 + 0.40 x_3 &\leq 200 \\ 0.50 x_1 + 0.40 x_2 + 0.40 x_3 &\leq 150 \\ 0.10 x_1 + 0.15 x_2 + 0.20 x_3 &\leq 60 \\ x_1, x_2, x_3 &\geq 0 \end{aligned}$$

(2) A partir de los Reportes del SOLVER (pág. 2) responder a las preguntas siguientes :

2.a ¿Cuál es la solución óptima y la ganancia total de la empresa?

$$\begin{aligned} Z^* &= 237.5 \\ x^* &= (100, 0, 250, 55, 0, 0) \end{aligned}$$

2.b Completar la Tabla del Simplex (Solución Óptima).

Nº Ecuacion	Forma Tabular								
	Var. Básica	Coeficientes de							Lado derecho
		Z	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	X ₆	
(0)	Z	1	0	0.100	0	0	0.417	2.917	237.5
(1)	X ₄	0	0	0.117	0	1.000	-0.833	-0.333	55
(2)	X ₁	0	1	0.333	0	0.000	3.333	-6.667	100
(2)	X ₃	0	0	0.583	1	0.000	-1.667	8.333	250

2.c Suponga que la ganancia por litro del helado de chocolate se incrementa a \$1. ¿En qué cambia la Solución óptima inicial y cual es el efecto sobre la ganancia total de la empresa? ¿Y cual sería su respuesta si la ganancia por litro del helado de chocolate se reduce a \$0.50?

$$\text{Rango Optimalidad } c_3 = [(0.75 - 0.1786)=0.5714 ; (0.75+0.25)= 1]$$

METODOS CUANTITATIVOS APLICADOS A LA ADMINISTRACION

1ª Revisión Serie A – 20-Junio-2003

c3=1	NO cambia la SO	=> Nuevo Z = 300
c3=0.5	Cambia la SO	=> REOPTIMIZAR

2.d Por un error de coordinación se han producido 10 Litros de Helado de Frutilla. ¿Cuál es el impacto de esta decisión sobre las ganancias totales de la empresa?

Costo Reducido x2 = 0.10
Disminuye la Ganancia Total en $\Delta Z = 0.10 \cdot 10 \text{ Lt} = \1

2.e Suponga que se detectan 3 Litros de crema agrios que deben ser descartados. ¿En qué cambia la Solución óptima inicial y cual es el efecto sobre la ganancia total de la empresa? Justificar.

Rango Factibilidad b3 : [60-30; 60+15]
SO NO cambia => Nuevo Z = 228.75 = 237.5 – (3*2.91667)
Precio Sombra CREMA y3=2.91667

2.f Suponga que la empresa tiene la opción de comprar 50 Kilos adicionales de azúcar por un costo total de \$20 ¿Qué le recomendaría al Gerente de la empresa? Justificar.

Rango Factibilidad b2 : [150-30; 150+66]
SO no cambia
\$/Kg = 20/50 = 0.40\$/kg Precio Sombra Azucar : y2=0.41667
COMPRAR porque precio < y2

2.g El Departamento Ventas está evaluando la comercialización de un nuevo sabor de Dulce de Leche. La producción del nuevo producto requiere 0.50 Lts. de Leche, 0.45 Kg de Azúcar y 0.10 Lts. de Crema. Cual debería ser la ganancia unitaria del nuevo sabor de Dulce de Leche para que se justifique su producción (en términos de ganancia total). Justificar.

DUAL
$0.5 \cdot y1 + 0.45 \cdot y2 + 0.1 \cdot y3 = 0.5(0) + 0.45 \cdot (0.41667) + 0.1 \cdot (2.9167) = 4.479185$
cN > 4.479185

REPORTE SOLVER – SOLUCION -

Target Cell (Max)

Cell	Name	Original Value	Final Value
\$D\$11	TOTAL	\$0	\$237.5

Adjustable Cells

Cell	Name	Original Value	Final Value
\$D\$4	Solución => Crema	\$0	100.00
\$E\$4	Solución => Frutilla	\$0	0.00
\$F\$4	Solución => Chocolate	\$0	250.00

Constraints

Cell	Name	Cell Value	Formula	Status	Slack
\$G\$5	Leche (Its) Uso	\$145	$\$G\$5 \leq \$I\5	Not Binding	55
\$G\$6	Azucar (Kg) Uso	\$150	$\$G\$6 \leq \$I\6	Binding	0
\$G\$7	Crema (Lts) Uso	\$60	$\$G\$7 \leq \$I\7	Binding	0
\$D\$4	Solución => Crema	\$100	$\$D\$4 \geq 0$	Not Binding	100
\$E\$4	Solución => Frutilla	\$0	$\$E\$4 \geq 0$	Binding	0
\$F\$4	Solución => Chocolate	\$250	$\$F\$4 \geq 0$	Not Binding	250

REPORTE SOLVER – SENSIBILIDAD -

Adjustable Cells

Cell	Name	Final Value	Reduced Cost	Objective Coefficient	Allowable Increase	Allowable Decrease
\$D\$4	Solución => Crema	100	0.00	0.5	0.4375	0.125
\$E\$4	Solución => Frutilla	0	-0.10	0.5	0.1042	1E+30
\$F\$4	Solución => Chocolate	250	0.00	0.75	0.25	0.1786

Constraints

Cell	Name	Final Value	Shadow Price	Constraint R.H. Side	Allowable Increase	Allowable Decrease
\$G\$5	Leche (lts) Uso	145	0	200	1E+30	55
\$G\$6	Azucar (Kg) Uso	150	0.41667	150	66	30
\$G\$7	Crema (Lts) Uso	60	2.91667	60	15	30

EJERCICIO 2

Considere el Programa Lineal siguiente:

Max	$Z = 2x_1 - 4x_2$
s.r.	
(1)	$x_1 - x_2 \leq 1$
	$x_1, x_2 \geq 0$

RESPONDER Y JUSTIFICAR SU RESPUESTA.

(1) Construya el Problema DUAL

MIN $W = y_1$
sr
$y_1 \geq 2$
$-y_1 \geq -4$
$y_1, y_2, y_3 \geq 0$

(2) Describa la Solución Óptima del Problema DUAL.

RF : $2 \leq y_1 \leq 4$
Min $W = \min y_1 = 2$
$W = 2$
$y_1 = 2, y_2 = 0, y_3 = 2$

(3) A partir de la Solución del DUAL encontrada en (2) y de la Propiedad de Holgura Complementaria encontrar la Solución Óptima del PRIMAL.

Precio Sombra	y1	Basica	2	x3	No Basica	0	Variable Holgura
Costo Reducido	y2	No Basica	0	x1	Basica	1	Variables Decisión
	y3	Basica	2	x2	No Basica	0	

(4) Para la Solución Óptima de este PL completar el Renglón (0) de la Tabla Simplex en base a la información obtenida en (2).

Nº Iteración	Nº Renglón	PROBLEMA PRIMAL			
		Coeficientes Tabla Simplex			
		x_1	x_2	x_3	L.D.
1	(0)	0.	2.	2	2

METODOS CUANTITATIVOS APLICADOS A LA ADMINISTRACION

1ª Revisión Serie A – 20-Junio-2003

- (5) En base a los resultados obtenidos anteriormente completar la Tabla de Soluciones Básicas Complementarias para las 3 Soluciones indicadas en la 2ª columna de la Tabla:

Nº Sol.	PROBLEMA PRIMAL			PROBLEMA DUAL		
	Solución Básica	Factible?	Z =	W =	Solución Básica	Factible?
	($x_1; x_2; x_3$)				($y_1; y_2; y_3$)	
1	(0; 0; 1)	SI	0	0	(0; -2; 4)	NO
2	(0; -1; 0)	NO	4	4	(4; 2; 0)	SI
3	(1; 0; 0)	SI	2	2	(2; 0; 2)	SI

- (6) Suponga que el coeficiente de x_1 en la Función Objetivo del PRIMAL ($c_1=2$) en realidad puede tener cualquier valor en el Modelo. ¿Para qué valores de c_1 ocurre que el problema DUAL no tiene soluciones factibles? A partir de la Teoría de la Dualidad ¿qué implica una Solución Factible en el DUAL sobre el PRIMAL? Justificar.

DUAL : 1º Restricción $y_1 + y_2 = c_1 = 2$
 2º Restricción $y_1 + y_3 = c_2 = 4$
 Si **$c_1 > 4$** entonces y_1 o y_3 serán negativas en la 2º Restricción y el DUAL NO FACTIBLE.
 Si DUAL ES no factible : PRIMAL puede ser NO FACTIBLE o NO ACOTADO.

- (7) Suponga ahora que en el PRIMAL del Modelo inicial se introduce una nueva variable x_N , cuyos coeficientes son $c_N=5$ y $a_{1N}=1$. A partir de la Teoría de la Dualidad determinar si la Solución óptima en (3) sigue siendo óptima en el PRIMAL del nuevo Modelo ampliado. Justificar.

DUAL Nueva Restricción a partir de los datos de la Pregunta.
 $1 \cdot y_1 = (1 \cdot 2 = 2)$ **no es** $\geq c_N=5$;
 La Solución Óptima anterior NO ES MAS Factible en el DUAL, y YA NO ES OPTIMA en el PRIMAL

EJERCICIO 3

COMENTAR SI LAS SIGUIENTES AFIRMACIONES
SON VERDADERAS O FALSAS.
JUSTIFICAR SU RESPUESTA

1. El **número total de variables de decisión** (de un Modelo de Programación Lineal en su Forma Estandar) **es el mismo** para ambos problemas, el **Primal** y el **Dual**.

FALSO

Total Variables Decisión PRIMAL = n

Total Variables Decisión DUAL = m

“n” puede ser \neq “m”

2. **Todas las Soluciones Óptimas** en un problema de Programación Lineal **son siempre soluciones** Factibles en un Vertice (**FEV**).

FALSO

Es VERDADERO en el caso de Solución Unica.

En el caso de Soluciones Alternativas, tambien son soluciones toda combinacion lineal de los FEV Optimos.

3. Un **Costo Reducido diferente de 0 asociado** a una variable de decisión indica que la **Restricción de No-Negatividad** de dicha variable está **activa**.

VERDADERO

Costo Reducido (x_j) >0 significa que la variable de decisión x_j es NO BASICA y por lo tanto que $x_j=0$. Por lo tanto la Restricción de No Negatividad está Activa.

4. Si **una Solución FEV tiene soluciones adyacentes que son mejores** (en términos de la función Z), entonces **una de estas soluciones FEV adyacentes** debe ser **óptima**.

FALSO No necesariamente. La Afirmación corresponde al Criterio de Optimalidad del SIMPLEX para la Solución FEV analizada y no para las adyacentes.

5. Un **Precio Sombra igual a 0** asociado a un recurso indica que es recomendable **adquirir unidades adicionales** de ese recurso.

FALSO. (PL en Forma Estandar)

Si $y_i=0$ significa que la Restricción para ese Recurso no está activa, y por lo tanto existen recursos ociosos que están disponibles . Por lo tnto no se justifica comprar unidades adicionales.