



**Problemas de Programación Lineal:  
Método Simplex**

**Ej. (3.1) (C)**

Los siguientes Tableaux fueron obtenidos en el transcurso de la resolución de PL en los cuales había que maximizar una Función Objetivo con 2 variables de decisión (no-negativas), y 2 restricciones de desigualdad. En cada problema fueron incluidas 2 variables de holgura no-negativas ( $s_1, s_2$ ).

Indicar para cada uno de los siguientes Tableaux, cual de las situaciones siguientes corresponden:

- (i) PL con Solución no-acotada
- (ii) PL Solución Óptima única
- (iii) PL Soluciones Óptimas alternativas
- (iv) PL con solución degenerada

PL (a)

z	$x_1$	$x_2$	$s_1$	$s_2$	Lado Derecho
1	0	3	2	0	20
0	1	-2	-1	0	4
0	0	-1	0	1	2

PL (b)

z	$x_1$	$x_2$	$s_1$	$s_2$	Lado Derecho
1	0	-1	0	2	20
0	0	0	1	-2	5
0	1	-2	0	3	6

PL (c)

z	$x_1$	$x_2$	$s_1$	$s_2$	Lado Derecho
1	2	0	0	1	8
0	3	1	0	-2	4
0	-2	0	1	1	0

PL (d)

z	$x_1$	$x_2$	$s_1$	$s_2$	Lado Derecho
1	0	0	2	0	5
0	0	-1	1	1	4
0	1	1	-1	0	4

**Ej. (3.2) (C)**

A partir del Tableau siguiente obtenido en el transcurso de la resolución de un PL de variables de decisión (no-negativas)  $x_1, x_2, x_3$  y 2 restricciones de desigualdad. En el cual fueron incluidas 2 variables de holgura no-negativas ( $s_1, s_2$ ).

Identificar las condiciones para **a**, **b** y **c**, para que las afirmaciones siguientes sean Verdaderas :

- (i) La solución básica es una Solución Básica Factible (BF)
- (ii) La Solución básica (BF) es Óptima
- (iii) El PL tiene una solución no-acotada (asumiendo en (iii) que  $b > 0$ )
- (iv) La Solución básica es Óptima y existen soluciones óptimas alternativas (asumiendo en (iv) que  $a > 0$ ).

z	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$s_1$	$s_2$	Lado Derecho
1	0	<b>a</b>	<b>b</b>	0	4	82
0	0	-2	2	1	3	<b>c</b>
0	1	-1	3	0	-5	3



**Ej. (3.3) (S)**

$$\text{Max } Z = x_1 + (1/2) x_2$$

s. r.

$$2x_1 + x_2 \leq 4$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 3$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

1. Resolver gráficamente.
2. Resolver empleando el método del Simplex (forma Tabular)
3. Resolverlo por medio del Solver de MsExcel.

**Ej. (3.4) (S)**

$$\text{Max } Z = 2x_1 + x_2$$

s. r.

$$-x_1 + x_2 \leq 1$$

$$x_1 - 2x_2 \leq 2$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

1. Resolver gráficamente.
2. Resolver empleando el método del Simplex (forma Tabular)
3. Resolverlo por medio del Solver de MsExcel.

**Ej. (3.5) (C)**

Considerar el siguiente problema:

$$\text{Max } Z = x_1 - x_2 + 2x_3$$

$$2x_1 - 2x_2 + 3x_3 \leq 5$$

$$x_1 + x_2 - x_3 \leq 3$$

$$x_1 - x_2 + x_3 \leq 2$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0$$

Sean  $x_4, x_5$  y  $x_6$  las variables de holgura para las restricciones respectivas. Luego de aplicar el procedimiento del simplex se llega a la tabla final siguiente:

Var. Básica	Ec. Núm.	Z	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	Lado derecho
Z	0	1				1	1	0	
$x_2$	1	0				1	3	0	
$x_6$	2	0				0	1	1	
$x_3$	3	0				1	2	0	

- a) Completar el Cuadro y encuentre la FEV.
- b) Identifique las ecuaciones de definición para la solución FEV que corresponde a la solución FEV óptima en la tabla simplex final.

**Ej. (3.6) (C)**

Considere el siguiente problema.

$$\text{Max } Z = 6x_1 + 8x_2$$

s.r.

$$5x_1 + 2x_2 \leq 20$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 10$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

- Construya el problema dual para este problema primal.
- Resuelva ambos problemas gráficamente. Identifique las soluciones FEV y las soluciones no factibles en un vértice para ambos problemas. Calcule los valores de la función objetivo para todas estas soluciones.
- Utilice la información obtenida en el inciso b) para construir una tabla que enumere las soluciones básicas complementarias para estos problemas.

Resuelva el problema primal por el método simplex. Después de cada iteración (inclusive la 0), identifique las soluciones BF y las básicas complementarias para el problema dual. También identifique las soluciones en los vértices correspondientes.

**Ej. (3.7) (C)**

Considere el siguiente problema.

Maximizar  $Z = 3x_1 + x_2 + 4x_3$

sujeta a

$$6x_1 + 3x_2 + 5x_3 \leq 25$$

$$3x_1 + 4x_2 + 5x_3 \leq 20$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

El conjunto final de ecuaciones correspondiente que lleva a la solución óptima es

0.  $Z + 2x_2 + \frac{1}{5}x_4 + \frac{3}{5}x_5 = 17$

1.  $x_1 - \frac{1}{3}x_2 + \frac{1}{3}x_4 - \frac{1}{3}x_5 = \frac{5}{3}$

2.  $x_2 + x_3 - \frac{1}{5}x_4 + \frac{2}{5}x_5 = 3$

- Identifique la solución óptima a partir de este Conjunto de ecuaciones.
- Construya el problema dual.
- Identifique la solución óptima para el problema dual a partir del conjunto final de ecuaciones. Verifique esta solución resolviendo el problema dual gráficamente.

- d) Suponga que el problema original se cambia a  
Maximizar  $Z = 3x_1 + 3x_2 + 4x_3$

sujeta a

$$6x_1 + 2x_2 + 5x_3 \leq 25$$

$$3x_1 + 3x_2 + 5x_3 \leq 20$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

Utilice la teoría de dualidad para determinar si la solución óptima anterior todavía es óptima.



- e) Use la idea fundamental de la representación Matricial del Simplex para identificar los nuevos coeficientes de  $x_2$  en el conjunto final de ecuaciones después de que se han hecho los ajustes necesarios para los cambios que se realizaron en el problema original dado en el inciso d).
- f) Ahora suponga que el único cambio al problema original es la introducción de una nueva variable  $x_{nueva}$ , al modelo de la siguiente manera:

$$\text{Maximizar} \quad Z = 3x_1 + x_2 + 4x_3 + 2x_{nueva}$$

sujeta a

$$6x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 3x_{nueva} \leq 25$$

$$3x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 2x_{nueva} \leq 20$$

$$x_1, x_2, x_3, x_{nueva} \geq 0$$

Use la teoría de dualidad para determinar si la solución óptima anterior, junto con  $x_{nueva}=0$  sigue siendo óptima.

- e) Utilice la idea fundamental de la representación Matricial del Simplex para identificar los coeficientes de  $x_{nueva}$  como variable no básica en el conjunto final de ecuaciones que se obtiene después de introducirla al modelo original, como se muestra en el inciso f).

### Ej. (3.8) (C)

Considere el siguiente problema.

$$\text{Maximizar} \quad Z = -5x_1 + 5x_2 + 13x_3$$

sujeta a

$$-x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 20$$

$$12x_1 + 4x_2 + 10x_3 \leq 90$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

Si se establece que  $x_4$  y  $x_5$  son las variables de holgura para las respectivas restricciones. El método simplex conduce al siguiente conjunto final de ecuaciones:

$$0. \quad Z + 2x_3 + 5x_4 = 100$$

$$1. \quad -x_1 + x_2 + 3x_3 + x_4 = 20$$

$$2. \quad 16x_1 - 2x_3 - 4x_4 + x_5 = 10$$

Ahora debe llevarse a cabo un análisis de sensibilidad independiente para investigar cada uno de los siguientes nueve cambios en el modelo original. Para cada cambio, utilice el procedimiento del análisis de sensibilidad a fin de revisar este conjunto de ecuaciones (en forma de tabla) y convertirlo en uno con la forma apropiada de eliminación de Gauss para identificar y evaluar la solución básica actual. Después pruebe la factibilidad y la optimalidad de esta solución. (No reoptimice.)

- a) Cambie el lado derecho de la restricción 1 a  
 $b_1 = 30$
- b) Cambie el lado derecho de la restricción 2 a  
 $b_2 = 70$
- c) Cambie la columna de lado derecho a

$$\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 100 \end{pmatrix}$$



- d) Cambie el coeficiente de  $x_3$  en la función objetivo a

$$c_3 = 8$$

- e) Cambie los coeficientes de  $x_1$  a

$$\begin{pmatrix} c_1 \\ a_{11} \\ a_{21} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}$$

- f) Cambie los coeficientes de  $x_2$  a

$$\begin{pmatrix} c_2 \\ a_{12} \\ a_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

- g) Introduzca una nueva variable  $x_6$  con coeficientes

$$\begin{pmatrix} c_6 \\ a_{16} \\ a_{26} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}$$

- h) Introduzca una nueva restricción  $2x_1 + 3x_2 + 5x_3 \leq 50$  (Sea  $x_6$  su variable de holgura)

- i) Transforme la restricción 2 en

$$10x_1 + 5x_2 + 10x_3 \leq 100$$

---

### Ej. (3.9) (S)

Considere el siguiente problema.

$\begin{aligned} \text{Max } Z &= 3x_1 + 7x_2 + 2x_3 \\ \text{s.r.} \\ -2x_1 + 2x_2 + x_3 &\leq 10 \\ 3x_1 + x_2 - x_3 &\leq 20 \\ x_1, x_2, x_3 &\geq 0 \end{aligned}$
---

Se conoce el hecho de que las variables básicas en la solución óptima son  $x_1$  y  $x_3$ .

- Introduzca las variables de holgura y después utilice la información dada para encontrar la solución óptima directamente mediante la eliminación gaussiana.
  - Amplíe el trabajo del inciso a) para encontrar los precios sombra.
  - Utilice la información dada para identificar las ecuaciones de definición de la solución FEV óptima y después resuelva estas ecuaciones para obtener la solución óptima.
  - Construya la matriz base B para la solución BF óptima, invierta B manualmente y después use esta  $B^{-1}$  para obtener la solución óptima y los precios sombra  $y^*$ . Luego aplique la prueba de optimalidad para el método simplex revisado para verificar que esta solución es óptima.
  - Dados  $B^{-1}$  e  $y^*$  del inciso d), construya el Tableau Final del Simplex.
-



**Ej. (3.10) (D)**

$$\text{Max } Z = 2x_1 + x_2$$

s. r.

$$3x_1 + x_2 \leq 6$$

$$x_1 - x_2 \leq 2$$

$$x_2 \leq 3$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

1. Resolver gráficamente.
2. Resolver empleando el método del Simplex (forma Tabular)
3. Resolverlo por medio del Solver de MsExcel.

**Ej. (3.11) (D)**

Una Planta puede elaborar 5 productos ( $P_1, P_2, P_3, P_4, P_5$ ). La Planta dispone de 2 áreas de trabajo: el área de ensamblaje ( $A_1$ ) y el área de empaquetado ( $A_2$ ).

El tiempo requerido para procesar una unidad del producto  $P_j$  en el Area  $A_i$  es  $p_{ij}$  (en horas). La compañía puede vender el producto  $P_j$  con una ganancia de  $s_j$ , para cada  $i = 1, 2, \dots, 5$ .

El gerente de la planta piensa diseñar un Programa Lineal para maximizar las ganancias, pero en realidad no lo ha hecho hasta ahora por la siguiente razón: de acuerdo con su experiencia, la planta opera mejor cuando a lo sumo 2 productos son elaborados al mismo tiempo.

1. Formular el PL
2. El Gerente piensa que si se emplea la programación lineal, la solución óptima consistirá en producir los 5 productos. Que piensa Ud.? Justificar la respuesta en función de su conocimiento sobre la Programación Lineal.

**Ej. (3.12) (D)**

A partir del PL siguiente:

$$\text{Max } Z = 5x_1 + 3x_2 + x_3$$

s. r.

$$x_1 + x_2 + x_3 \leq 6$$

$$5x_1 + 3x_2 + 6x_3 \leq 15$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0$$

y el Tableau correspondiente

Z	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$s_1$	$s_2$	Lado Derecho
1	0	0	5	0	1	15
0	0	0,4	-0,2	1	-0,2	3
0	1	0,6	1,2	0	0,2	3

- (i) Qué tipo de Solución Básica representa este Tableau? Se trata de una Solución Óptima? Justificar.
- (ii) Este Tableau representa una Solución Óptima Única? En caso de Soluciones Alternativas, identificarlas.



**Ej. (3.13) (D)**

Resolver los siguientes ejercicios utilizando el método **Simplex**

a)  $\text{Max } Z = 2x_1 + 3x_2$

$$4x_1 + 8x_2 \leq 16$$

$$5x_1 + 2x_2 \leq 6$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

b)  $\text{Max } Z = 2x_1 + 2x_2$

$$4x_1 + 8x_2 \leq 16$$

$$2x_1 + 2x_2 \leq 6$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

- c) Resolver el ejercicio de la parte a) para el caso que la primera restricción cumpla con la condición de  $\geq$ ;  
 d) Resolver el ejercicio de la parte b) para el caso en que la primera restricción cumpla con la condición de  $\geq$ .

**Ej. (3.14) (D)**

Considerar el siguiente problema:

$$\text{Max } Z = 4x_1 + 3x_2 + x_3 + 2x_4$$

$$4x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 \leq 5$$

$$3x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 \leq 4$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0, x_4 \geq 0$$

Sean  $x_5$  y  $x_6$  las variables de holgura para las restricciones respectivas.

Luego de aplicar el procedimiento del simplex se obtiene la tabla final siguiente:

Var. Básica	Ec. Núm.	Z	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	Lado derecho
Z	0	1					1	1	
$x_2$	1	0					1	-1	
$x_4$	2	0					-1	2	

- a) Completar el cuadro y encuentre la FEV .  
 b) Identificar las ecuaciones de definición para la solución FEV que corresponde a la solución FEV óptima en la tabla simplex final



**Ej. (3.15) (D)**

Luego de sucesivas iteraciones de la aplicación del método Simplex a un modelo de Programación Lineal obtuvo el siguiente cuadro:

<i>Var. Básica</i>	<i>Ec. Núm.</i>	<i>Z</i>	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	<i>Lado derecho</i>
Z	0		-200/7	0	-100/7	0	152/7	32/7	
$x_2$	1	0	3/7	1	5/7	0	4/35	-1/35	<b>A</b>
$x_4$	2	0	1/70	0	2/35	1	-1/350	9/350	<b>B</b>

Además se sabe que  $c_2 = 200$  y  $c_4 = 400$ .

- Hallar los coeficientes de la Función Objetivo
  - Hallar el primer cuadro del Simplex sabiendo que  $x_5$  y  $x_6$  son las variables de holgura asociadas a la primera y segunda restricción respectivamente
  - Plantear el modelo sabiendo que la solución del primer cuadro es (6000, 4000)
  - Determinar **A** y **B**
-