



**FORMULACION DE PROGRAMAS DE OPTIMIZACION LINEAL
EJERCICIOS**

Ej.(2.1) (C)

Como consecuencia de un exceso de pedidos, una empresa dedicada a la instalación de galpones ha decidido contratar un número limitado de trabajadores de manera temporal por un período de 5 días.

Cada trabajador deberá ser contratado en un régimen de trabajo de 2 días o alternativamente de 3 días (días consecutivos). Al menos se requiere, 10 trabajadores en los días 1, 3 y 5; y por lo menos se requieren 15 trabajadores los días 2 y 4.

Un trabajador en un régimen de 2 días debe ser remunerado a \$125 por día, mientras que los contratados por 3 días son remunerados a \$100 por día.

¿Cual debería ser la estrategia de contratación temporal óptima de mínimo costo y que garantice los requerimientos de mano de obra de la empresa?

- (a) Formular el PL correspondiente.
- (b) A causa de un número limitado de personal entrenado, no más de 10 trabajadores podrán empezar su jornada por día. Actualizar la formulación del PL en (a).
- (c) Los acuerdos con el gremio requiere que al menos la mitad de todo el dinero empleado debe ser destinado al pago a los trabajadores contratados en un régimen de 3 días. Actualizar la formulación del PL en (a).
- (d) Hay personas que están dispuestas a a trabajar en un régimen de trabajo correspondiente a los días 1,2 y 5 por una remuneración de \$110 por día. Actualizar la formulación del PL en (a).

Ej. (2.2) (C)

Hay un monto de \$1000 que debe ser invertido en dos categorías de Fondos de inversión, y lo que no se invierte en estas opciones es colocado en una Caja de Ahorro con un retorno anual de 5%.

El dinero invertido en los fondos se recupera al vencimiento de los mismos. El Fondo A vence después de 2 años y tiene un retorno total de 12%. El fondo B vence luego de 3 años y tiene un retorno del 19%. El horizonte de programación de la inversión es de 7 años. (Se asume que se puede invertir en los fondos por montos pequeños)

- (a) Si $x_{i,t}$ es el monto invertido en el Fondo i al inicio del año t. La Caja de ahorro puede ser considerada como el Fondo 0. Formular el modelo PL apropiado.
- (b) Resolverlo mediante el empleo del Solver, indicando la cartera óptima en cada año 1,2,3,4,5,6 y 7.

Ej. (2.3) (C) ó (D)

Un firma de la industria metálica está interesada en fabricar una nueva aleación con 40% de aluminio, 35% de zinc y 25% de plomo a partir de varias aleaciones disponibles en el mercado y que tiene las siguientes propiedades:

Propiedad	Aleación				
	1	2	3	4	5
Porcentaje de Aluminio	60	25	45	20	50
Porcentaje de Zinc	10	15	45	50	40
Porcentaje de Plomo	30	60	10	30	10
Costo (\$/kg)	\$ 22	\$ 20	\$ 25	\$ 24	\$ 27

El objetivo es determinarlas proporciones de estas aleaciones que deben mezclarse para producir la nueva aleación a un costo mínimo.

- (a) Formular un modelo de Programación Lineal
- (b) Resolverlo mediante el Solver de MsExcel



Ej. (2.4)

Un inversor quiere invertir USD 2.500.000 en bonos soberanos de países emergentes. Concorre al banco y le ofrecen el siguiente listado de bonos.

Emisor	Cupón	Vencimiento	Retorno Esperado	Riesgo (*)	Monto disponible
Brasil	11,000%	11/01/2012	8,930%	7	200.000
Chile	7,125%	11/01/2012	4,460%	2	100.000
Colombia	10,000%	23/01/2012	7,450%	6	3.000.000
México	7,500%	14/01/2012	4,900%	3	5.000.000
Panamá	9,375%	23/07/2012	6,550%	5	1.200.000
Perú	9,125%	21/02/2012	6,300%	6	50.000
Polonia	6,250%	03/07/2012	4,340%	1	100.000
Sud Africa	7,375%	25/04/2012	4,880%	3	9.000.000

Si el cliente no quiere que el riesgo promedio de su cartera supere los 6 puntos, en qué activos debería invertir y qué cantidades, a los efectos de maximizar el retorno esperado de la cartera?

(*) Indica el nivel de riesgo que, según el banco, tiene cada bono emergente. 1 = menor nivel de riesgo, 10 = mayor nivel de riesgo.

Ej. (2.5) (C) Examen Marzo-2000

Una empresa de transporte ha decidido invertir un presupuesto de US\$500.000 en la compra de al menos 40 camiones de origen norteamericano o japonés. También se ha decidido a comprar el doble de camiones de origen norteamericanos que japoneses. Se desea comprar al menos 20 modelos de doble asiento y se manejan 3 marcas de cada país. El cuadro siguiente resume los datos para cada uno de los 6 modelos escogidos :

Camiones	Origen	Costo (US\$)	Capacidad (Tons)	Asientos
Hauler	USA	20.000	1,5	2
Mauler	USA	18.000	1	2
Bruiser	USA	13.000	0,75	1
Econtruck	Japon	7.000	0,5	1
T-150	Japon	12.000	0,75	2
Maxitruck	Japon	15.000	1	2

1. Formular este problema como un Programa Lineal con el objetivo de maximizar la capacidad global de transportar.
2. Resolver el PL – Empleando el Solver (Ms Excel) u otro programa similar.
3. Es la Programación Lineal el procedimiento técnicamente correcto para resolver este problema? Justificar.

Ej. (2.6) (D)

Una planta produce 2 tipos de refrigeradores, A y B. Hay 2 líneas de producción, una dedicada a la producción de refrigeradores de tipo A y la otra dedicada a la producción de refrigeradores de tipo B.

La capacidad de producción de la Línea A es de 60 unidades por día, la capacidad de la línea B es de 50 unidades por día. A requiere 20 minutos de Mano de Obra (MdO), mientras que B requiere 40 minutos de



MdO.. Actualmente, hay un máximo de 40 horas de MdO por día que puede ser asignado a cada una de las líneas. La contribución a las ganancias son de \$20 por refrigerador de tipo A, y \$30 del tipo B.

Cual debería ser la estrategia de producción óptima por día ?

- (a) Formular el PL correspondiente.
- (b) Resolver Gráficamente
- (c) Resolver mediante SOLVER de Ms Excel.

Ej. (2.7) (D)

La firma ChemCo produce 2 tipos de producto químicos : A y B. Estos productos son fabricados vía 2 procesos de producción diferentes. El proceso 1 requiere 2 hs. De Mano de Obra y 1 kg de materia prima para producir 2 onzas de A y 1 onza de B. El Proceso 2 requiere 3 horas de MdO y 2 kg de materia prima para producir 3 onzas de A, y 2 onzas de B.

La disponibilidad de Mano de Obra es de 60 horas y se cuenta con un máximo de 40 kg de materia prima. La ganancia del producto A es de \$16 por onza y de \$14 por onza del producto B.

Cual debería ser la estrategia de producción óptima por día ?

- (d) Formular el PL correspondiente.
- (e) Resolver Gráficamente
- (f) Resolver mediante SOLVER de Ms Excel.

Ej. (2.8) (D)

Una oficina local de correo privado está abierta de Lunes a Viernes desde las 9hs a las 17hs. A partir de la experiencia anterior, el gerente de la oficina sabe que se requieren un total de empleados que se resume en el Cuadro siguiente:

Horario	Empleados requeridos
9 a 10	4
10 a 11	3
11 a mediodía	4
de mediodía a 13	6
de 13 a 14	5
de 14 a 15	6
de 15 a 16	8
de 16 a 17	8

La Oficina de Correos contrata 2 categorías de empleados. Empleados full-time los 5 días de la semana, cubriendo el horario de 9 a 17hs, con una hora libre para el almuerzo, alternativamente entre mediodía y 13hs, o entre 13hs y 14 hs. Los empleados contratados part-time, pueden ser contratados para trabajar 4hs consecutivas por día. Un trabajador full-time cobra \$25/hora (incluye la hora de almuerzo), los trabajadores part-time cobran \$20/hora.

- (a) Formular el PL que permita obtener la estrategia óptima de mínimo costo y que atienda los requerimientos de empleados de la Oficina de Correo.
- (b) Resolverlo mediante el Solver.

**Ej. (2.9) (D)**

Una firma petrolera produce nafta a partir de tres insumos: butano, gas, y productos catalíticos. Las características técnicas de cada insumo como los requerimientos mínimos para la nafta común son los siguientes:

		Producto		
	Butano	Catalítico	Gas	Nafta
Octano	120	100	74	≥ 89
Presión Vapor	60	2,5	4,0	≥ 11
Volatilidad	105	3	12	≥ 17

El costo por galón de 3,785 lts, de butano es \$0,58, de \$1,55 para el producto catalítico, y de \$0,85 para el gas.

¿Cuántos galones de cada insumo se requerirán para producir 12000 galones de nafta al costo mínimo?

- Formular el PL correspondiente.
- Resolverlo mediante el Solver de MsExcel.

Ej. (2.10) (D)

Una compañía de aviación debe tomar una decisión acerca de cuántos asistentes de vuelo debe contratar y entrenar en los próximos 6 meses. Las necesidades de staff en términos de horas-asistente de vuelo son respectivamente 8000, 9000, 7000, 10000, 9000 y 11000 en los meses de Enero, a Junio.

Un asistente de vuelo es entrenado durante 1 mes previo a ser asignado a un vuelo regular, y por lo tanto debe ser contratado con un mes de avance al inicio de sus tareas.

Cada entrenado requiere 100 hrs de supervisión por asistentes de vuelo experimentados durante el mes de entrenamiento, de tal manera que se reduce la disponibilidad de horas de asistente de vuelos para los vuelos regulares.

Cada asistente de vuelo experimentado puede trabajar hasta 150 horas por mes, y la aerolínea cuenta con 60 asistentes de vuelo al inicio del mes de Enero. Si el máximo del tiempo disponible de los asistentes de vuelo experimentados excede un mes de las necesidades de vuelo y de entrenamiento, ellos trabajan menos horas. Al final de cada mes, 10% de los asistentes de vuelo experimentados renuncian a su trabajo.

Un asistente de vuelo le cuesta a la compañía \$1700 y \$900 por un asistente recién entrenado.

- Formular el problema como un modelo PL.
- Resolver mediante el empleo del Solver de MsExcel.

Indicación.

Sea x_t el número de asistentes de vuelo que empiezan el entrenamiento en el mes t .

Sea y_t el número de asistentes de vuelo experimentados disponible el mes t .

($x_6=0$, $y_1=60$)

El problema es en realidad un problema de inventario con dos categorías de stock : empleados entrenados y experimentados. El "costo de mantenimiento" son los salarios, y la Demanda es el número de horas de vuelo requeridas.



Ej. (2.11) (D)

Una empresa de transporte aéreo dispone de 3 tipos de aviones: 8 del tipo A-202, 15 unidades del tipo A-306 y 11 del tipo A-609 para la realización de los vuelos diarios. El aparato de tipo A-306 puede transportar hasta 45 toneladas, el A-306 hasta 7 toneladas y el A-609 hasta 5 toneladas..

Diariamente se deben transportar 20 toneladas con destino al aeropuerto A, y 28 toneladas al aeropuerto B. Cada avión puede realizar solamente 1 vuelo por día.

Los costos de realizar un vuelo desde la terminal hasta cada uno de los destinos A y B son:

	<i>A-202</i>	<i>A-306</i>	<i>A-609</i>
Destino A	23	15	1.4
Destino B	58	20	3.8

Establecer la mejor estrategia de transporte que minimice los costos.

- (a) Formular el PL de este problema de transporte.
- (b) Resolverlo mediante el Solver de MS-Excel.

Ej. (2.12) (D)

Una empresa fabricante de tostadoras eléctricas, debe tomar una decisión sobre la producción de un nuevo modelo. La empresa tiene la posibilidad de emplear 3 técnicas alternativas de producción: manual, semi-automática y mediante el empleo de robots.

Los requerimientos de cada técnica se resumen en el siguiente Cuadro

	TECNICA de ENSAMBLADO		
	<i>Manual</i>	<i>Semi-automática</i>	<i>Robotizada</i>
<i>Mano de Obra Especializada</i>	<i>1 min</i>	<i>4 min</i>	<i>8 min</i>
<i>Mano de Obra no-especializada</i>	<i>40 min</i>	<i>30 min</i>	<i>20 min</i>
<i>Tiempo de Taller de Ensamblado</i>	<i>3 min</i>	<i>2 min</i>	<i>4 min</i>

La disponibilidad de recursos para este producto son los siguientes: 4500 minutos de MdO especializada, 36000 minutos de MdO no-especializada y 2700 minutos de tiempo disponible de taller de ensamblado.

El costo total de producción manual es de \$7 por tostadora, de \$8 por tostadora para la producción semi-automática, y de \$8,5 por tostadora para la producción robotizada.

- (a) Formular el problema de producción de 1000 tostadoras al mínimo costo. Definir claramente las variables de decisión, la función objetivo y las restricciones.
- (b) El Convenio con el gremio establece que el total de tiempo de MdO especializada debe ser al menos de 10% del total de tiempo empleado de MdO (esp. + no-esp.). Adecuar la formulación del PL en (a)
- (c) El tiempo de Taller no empleado puede ser alquilado a una tasa de ganancia de \$0.50 el minuto. Adecuar la formulación del PL en (a)



Ej. (2.13) (D)

Cierta compañía tiene tres plantas con un exceso en su capacidad de producción. Por fortuna, la corporación tiene un nuevo producto listo para producción y las tres plantas pueden fabricarlo, así que se podrá usar parte de este exceso de capacidad. El producto puede hacerse en tres tamaños: grande, mediano y chico; y darán una ganancia neta de \$420, \$360 y \$300, respectivamente. Las plantas 1, 2 y 3 tienen capacidad de mano de obra y equipo para producir 750, 900 y 450 unidades diarias de este producto, respectivamente, sin importar el tamaño o la combinación de tamaños de que se trate. La cantidad de espacio disponible para almacenar material en proceso impone también una limitación en las tasas de producción del nuevo producto. Se cuenta con 13 000, 12 000 y 5000 pies cuadrados de espacio correspondiente a las plantas 1, 2 y 3, para los materiales en proceso de la producción diaria de este producto. Cada unidad grande, mediana y chica que se produce requiere 20, 15 y 12 pies cuadrados, respectivamente.

Los pronósticos de mercado indican que, si se dispone de ellas, se pueden vender 900, 1200 y 750 unidades diarias, correspondientes a los tamaños grande, mediano y chico.

El gerente quiere saber cuántas unidades de cada tamaño debe producir en cada planta para maximizar la ganancia.

- a) Formule un modelo de programación lineal para este problema.
- b) Resuelva este modelo utilizando Solver

Ej. (2.14) (D)

Un inversionista tiene oportunidad de realizar las actividades A y B al principio de cada uno de los próximos años (llámense años 1 a 5). Cada dólar invertido en A al principio de cualquier año retribuye \$ 1,40 (una ganancia de \$0,40) dos años después (a tiempo para la reinversión inmediata). Cada dólar invertido en B al principio de cualquier año retribuye \$1.70, tres años después.

Además, las actividades C y D estarán disponibles para inversión una sola vez en el futuro. Cada dólar invertido en C al principio del año 2 da \$1.90 al final del año 5. Cada dólar invertido en D al principio del año 5 retribuye \$1.30 al final de ese año.

El inversionista tiene \$60 000 para iniciar y desea saber cuál plan de inversión maximiza la cantidad de dinero acumulada al principio del año 6.

- a) Formule el modelo de programación lineal para este problema.
- b) Resuelva este modelo por el método simplex.



Ej. (2.15) (D)

Al principio del semestre de otoño, la directora de las instalaciones de cómputo de cierta universidad se enfrenta al problema de asignar horas de trabajo distintas a sus operadores. Debido a que los operadores son estudiantes de la universidad, están disponibles para el trabajo sólo un número limitado de horas al día.

Operador	Salarios (\$ / hora)	Máximo de horas disponibles				
		Lun.	Mar.	Mié.	Jue.	Vie.
K. C.	10.00	6	0	6	0	6
D. H.	10.10	0	6	0	6	0
H. B.	9.90	4	8	4	0	4
S. C.	9.80	5	5	5	0	5
K. S.	10.80	3	0	3	8	0
N. K.	11.30	0	0	0	6	2

Se cuenta con seis operadores (cuatro hombres y dos mujeres). Todos tienen salarios diferentes según su experiencia con las computadoras y su habilidad para programar. La siguiente tabla muestra estos salarios junto con el número máximo de horas al día que cada uno puede trabajar.

Se garantiza a cada operador un número de horas de trabajo a la semana que lo mantendrán con un conocimiento adecuado de la operación. Este nivel se establece arbitrariamente en 8 horas de trabajo a la semana para los hombres y 7 horas a la semana para las mujeres (K.S. y N.K.).

La instalación de cómputo debe abrir para operación de 8am a 10pm de lunes a viernes con exactamente un operador de guardia en este horario. Los sábados y domingos, otras personas operan la computadora.

Debido al reducido presupuesto, la directora tiene que minimizar el costo. Ella quiere determinar el número de horas que debe asignar a cada operador cada día.

1. Formule un modelo de programación lineal para este problema.
2. Resuelva este modelo con el Solver.