

**PROBLEMAS de Programación Lineal : Resolución Gráfica**

Ej. (1.1) *Mostrar gráficamente porque los 2 PL siguientes no tienen una Solución Óptima y explicar la diferencia entre los dos. (C)*

| |
|-----------------------|
| (A) |
| Max $z = 2x_1 + 6x_2$ |
| s.r. |
| $4x_1 + 3x_2 \leq 12$ |
| $2x_1 + x_2 \geq 8$ |
| $x_1, x_2 \geq 0$ |

| |
|-----------------------|
| (B) |
| Max $z = 3x_1 + 4x_2$ |
| s.r. |
| $x_1 + x_2 \geq 5$ |
| $3x_1 + x_2 \geq 8$ |
| $x_1, x_2 \geq 0$ |

Ej. (1.2) *A partir del PL siguiente (C)*

Suponga que acaba de heredar \$6000 y que desea invertirlos. Al oír esta noticia dos amigos distintos le ofrecen la oportunidad de participar como socio en dos negocios, cada uno planeado por cada amigo. En ambos casos, la inversión significa dedicar un poco de tiempo el siguiente verano, al igual que invertir efectivo. Con el primer amigo al convertirse en socio *completo* tendría que invertir \$5000 y 400 horas, y su ganancia estimada (ignorando el valor de su tiempo) sería \$4500. Las cifras correspondientes a la proposición del segundo amigo son \$4000 y 500 horas, con una ganancia estimada de \$4500. Sin embargo, ambos amigos son flexibles y le permitirían entrar en el negocio con cualquier fracción de la sociedad; la participación en las utilidades sería proporcional a esa fracción.

Como de todas maneras usted está buscando un trabajo interesante para el verano (600 horas a lo sumo), ha decidido participar en una o ambas propuestas, con la combinación que maximice la ganancia total estimada. Es necesario que resuelva el problema de obtener la mejor combinación.

Se pide:

1. Identifique tanto las actividades como los recursos basándose en el ejemplo del prototipo visto en clase las actividades como los recursos.
2. Formule un modelo de programación lineal para este problema.
3. Resuelva este modelo gráficamente. ¿Cuál es la ganancia total estimada?

**Ej. (1.3) A partir del PL siguiente (C)**

$$\begin{array}{l} \text{Min. } z = 150x_1 + 210x_2 \\ \text{s.r.} \\ 3.8x_1 + 1.2x_2 \geq 22.8 \\ x_2 \geq 6 \\ x_2 \leq 15 \\ 45x_1 + 30x_2 = 630 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{array}$$

- Resolver el PL gráficamente. Cuanto puntos extremos (o FEV = Solución Factible en un Vértice)?
- Cual sería la Solución Óptima si en la 4ta Restricción el “=” fuera substituido por “≤”?
- Si el “=” en la 4ta Restricción fuera substituido por “≥”, como afectaría el problema?

Ej. (1.4) Considerar un PL con el conjunto de restricciones siguiente (C):

$$\begin{array}{l} 2x_1 + x_2 \geq 4 \\ x_1 + 2x_2 \geq 5 \\ x_1 - 2x_2 \leq 1 \end{array}$$

- Graficar la Región Factible y mostrar que no está acotada.
- Identificar todos los puntos extremos (extremos (o FEV = Solución Factible en un Vértice).
- Resolver el PL para las Funciones Objetivo siguientes :

| | | |
|----|-----|-------------------|
| => | Max | $z = 2x_1 - 5x_2$ |
| => | Max | $z = 2x_1 - 4x_2$ |
| => | Max | $z = 2x_1 - 3x_2$ |

Ej. (1.5) A partir del PL siguiente (S)

$$\begin{array}{l} \text{Min. } Z = 5x_1 + 2x_2 \\ \text{s.r.} \\ 2x_1 + 5x_2 \geq 10 \\ 4x_1 - x_2 \geq 12 \\ x_1 + x_2 \geq 4 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{array}$$

- Resolver el PL gráficamente
- Porque la solución ($x_1=5$; $x_2=3$) que es factible, no puede ser una solución óptima en ningún caso, no importa la definición de la Función Objetivo.
- Reescribir el PL en forma de Planilla electrónica y resolver el problema empleando el Solver de MS Excel.

**Ej. (1.6) A partir del PL siguiente (S)**

$$\begin{array}{l} \text{Max } z = 4x_1 + 5x_2 \\ \text{s.r.} \\ x_1 + 3x_2 \leq 22 \\ -x_1 + x_2 \leq 4 \\ x_2 \leq 6 \\ 2x_1 - 5x_2 \leq 0 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{array}$$

- Resolver el PL gráficamente
- Cual sería la Solución óptima si la 2da Restricción fuera $-x_1 + x_2 = 4$?
- Cual sería la Solución Óptima si la primera restricción fuera $x_1 + 3x_2 \geq 22$?

Ej. (1.7) A partir del PL siguiente (S)

Un manager de una planta de fabricación de productos para automóviles debe decidir sobre el plan de producción de dos nuevos productos. La ganancia asociada al Producto 1 es de US\$1000 y de US\$3000 en el caso del Producto 2.

La manufactura de estos productos depende de la disponibilidad de ciertos componente que la planta recibe de un distribuidor local. Se utilizan 3 de estos componentes por cada unidad del Producto 1, y 2 componentes por unidad del Producto 2. La Planta se abastece de 12 componentes por día.

Además, la producción de la unidad del Producto 1 emplea 2 horas, y el Producto 2 emplea 6 horas. La Planta a asignado solamente 3 trabajadores en un régimen de 8 horas para la fabricación de estos 2 productos. En base a los datos de demanda, el manager ha decidido no producir más de 7 unidades por día del Producto 2.

- Formular este problema como un PL.
- Resolver gráficamente. Describir el conjunto de todas las soluciones óptimas. Identificar las restricciones redundantes.
- Establecer el plan de producción óptimo por día, que incluye la producción de 1 unidad exacta de producto 1.
- Discutir la aplicabilidad de la PL para este problema.

Ej. (1.8) A partir del PL siguiente (D)

$$\begin{array}{l} \text{Max } Z = 3x_1 + 4x_2 \\ \text{s.r.} \\ 2x_1 + 3x_2 \leq 24 \\ 3x_1 + x_2 \leq 21 \\ x_1 + x_2 \leq 9 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{array}$$

- Resolver el PL gráficamente
- Reescribir el PL en la Forma Ampliada (con las Restricciones en forma de identidades, incluyendo eventualmente las variables de holgura)
- A partir de la respuesta en (a), cual es el valor óptimo de las variables de holgura.

**Ej. (1.9) A partir del PL siguiente (D)**

$$\begin{array}{l} \text{Max } Z = 2x_1 + x_2 \\ \text{sr} \\ x_2 \leq 10 \\ 2x_1 + 5x_2 \leq 60 \\ x_1 + x_2 \leq 18 \\ 3x_1 + x_2 \leq 44 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{array}$$

- (a) Resolver el PL gráficamente
(b) Reescribir el PL en la Forma Ampliada (con las Restricciones en forma de identidades, incluyendo eventualmente las variables de holgura)

Ej. (1.10) Formule el modelo de programación lineal para este problema (D)

Una compañía manufacturera discontinuó la producción de cierta línea de productos no redituables. Esto creó un exceso considerable en la capacidad de producción. La gerencia quiere dedicar esta capacidad a uno o más de tres productos; llámese productos 1, 2 y 3. En la siguiente tabla se resume la capacidad disponible de cada máquina que puede limitar la producción:

| Tipo de máquina | Tiempo disponible (en horas - máquina por semana) |
|-----------------|---|
| Fresadora | 500 |
| Torno | 350 |
| Rectificadora | 150 |

El número de horas – máquina que se requiere para cada unidad de los productos respectivos es:
Coefficiente de productividad (en horas – máquina por unidad)

| Tipo de máquina | Producto 1 | Producto 2 | Producto 3 |
|-----------------|------------|------------|------------|
| Fresadora | 9 | 3 | 5 |
| Torno | 5 | 4 | 0 |
| Rectificadora | 3 | 0 | 2 |

El departamento de ventas ha indicado que las ventas potenciales para los productos 1 y 2 exceden la tasa máxima de producción y que las ventas potenciales del producto 3 son 20 unidades por semana. La ganancia unitaria sería \$50, \$20 y \$25, respectivamente, para los productos 1, 2 y 3. El objetivo es determinar cuántos productos de cada tipo debe producir la compañía para maximizar la ganancia.

**Ej. (1.11) A partir del PL siguiente (D)**

$$\begin{array}{l} \text{Min } Z = 5x_1 + 2x_2 \\ \text{s.r.} \\ 2x_1 + 5x_2 \geq 10 \\ 4x_1 - x_2 \geq 12 \\ x_1 + x_2 \geq 4 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{array}$$

- (a) Resolver el PL gráficamente
(b) Que efecto podría tener si la función objetivo es redefinida como :

$$\Rightarrow \text{Max } z = 5x_1 + 4x_2$$

Ej. (1.12) A partir del PL siguiente (D)

$$\begin{array}{l} \text{Max } Z = 3x_1 + 5x_2 \\ \text{s.r.} \\ 4x_1 + 3x_2 \geq 24 \\ 2x_1 + 3x_2 \leq 18 \\ x_2 \geq 3 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{array}$$

- (c) Resolver el PL gráficamente
(d) Que efecto podría tener si la función objetivo es redefinida como :

$$\Rightarrow \text{Max } z = 5x_1 + 4x_2$$

Ej. (1.13) A partir del PL siguiente (D)

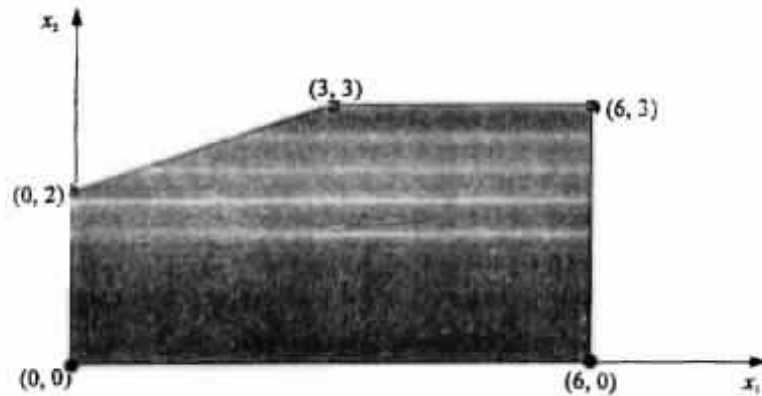
$$\begin{array}{l} \text{Max } Z = 3x_1 + 5x_2 \\ \text{s.r.} \\ 4x_1 + 3x_2 \geq 10 \\ 2x_1 + 3x_2 \leq 12 \\ x_2 \geq 3 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{array}$$

- (a) Resolver el PL gráficamente
(b) Qué efectos podría tener sobre la Solución Óptima si la 3ra. Restricción es reformulada de la manera siguiente : $x_2 \geq 4$



Ej. (1.14) A partir del PL siguiente (D)

El área sombreada en la siguiente gráfica representa la región factible de un problema de programación lineal cuya función objetivo debe maximizarse. Diga si cada una de las siguientes afirmaciones es falsa o verdadera y después justifique sus respuestas basándose en el método gráfico. En cada caso dé un ejemplo de una función objetivo que ilustre su respuesta.



Se pide:

1. Si $(3, 3)$ produce un valor más grande de la función objetivo que $(0, 2)$ y $(6, 3)$, entonces $(3, 3)$, debe ser una solución óptima.
2. Si $(3, 3)$ es una solución óptima y existen soluciones óptimas múltiples, entonces uno de los dos, $(0, 2)$ o $(6, 3)$, también debe ser una solución óptima.
3. El punto $(0, 0)$ no puede ser una solución óptima.