



**Nota de Curso**  
**SOLVER : Informe de Sensibilidad**  
 (ver también Hillier & Lieberman : (a) Sección 4.7), (b) Sección 6.7)

Este Informe de Sensibilidad aporta información gerencial de particular importancia, la cual se presenta en dos secciones : (a) una sección con información sobre los coeficientes asociados a las Variables de Decisión y, (b) una sección con información sobre los coeficientes asociados a las Restricciones .

| Microsoft Excel 8.0a Sensitivity Report        |        |             |              |                       |                    | CUADRO 1           |
|--|--------|-------------|--------------|-----------------------|--------------------|--------------------|
| Worksheet: [Prototipo ( HL-p128).xls]Prototipo |        |             |              |                       |                    |                    |
| Report Created: 11-03-00 12:43:05              |        |             |              |                       |                    |                    |
| <b>A</b> ← Adjustable Cells                    |        |             |              |                       |                    |                    |
| Cell   | Name   | Final Value | Reduced Cost | Objective Coefficient | Allowable Increase | Allowable Decrease |
| \$G\$5   | Usó x1 | 2           | 0            | 3                     | 4,5                | 3                  |
| \$H\$5   | Usó x2 | 6           | 0            | 5                     | 1E+30              | 3                  |
| <b>B</b> ← Constraints                         |        |             |              |                       |                    |                    |
| Cell   | Name   | Final Value | Shadow Price | Constraint R.H. Side  | Allowable Increase | Allowable Decrease |
| \$F\$6   | >= Usó | 2           | 0            | 4                     | 1E+30              | 2                  |
| \$F\$7   | >= Usó | 12          | 1,5          | 12                    | 6                  | 6                  |
| \$F\$8   | >= Usó | 18          | 1            | 18                    | 6                  | 6                  |

**A. Sección de las Variables de Decisión (“adjustable cells”).**

El Informe de Sensibilidad aporta la información siguiente para cada una de las variables de decisión : (1) Valor Final en el Optimo (“Final Value”) de la variable  $x_j$  , (2) Costo Reducido (“Reduced Cost”) correspondiente, (3) Coeficiente  $c_j$  de la Variable de Decisión  $x_j$  en la Función Objetivo (“Objective Coefficient”), (4) Incremento Permitido (“Allowable Increase”), (5) Decremento Permitido (“Allowable Decrease”).

En esta sección los Costos Reducidos representan los precios sombra asociado con las restricciones de no negatividad correspondientes a cada una de las variable de decisión.

Una manera de interpretar un Costo Reducido no nulo ( $z_j - c_j > 0$ ) es la siguiente : el Costo Reducido asociado a una variable ( $x_j$ ) de decisión indica en cuanto debe incrementarse el coeficiente correspondiente en la función objetivo ( $c_j$ ) para que el empleo de dicha variable en la solución óptima resulte rentable.



En el ejemplo del Prototipo (ver en Cuadro 1), en el óptimo las dos variables de decisión son positivas ( $x_1 = 2$ ,  $x_2 = 6$ ), luego la restricción de no negatividad no está activa (“not binding”) y su Costo Reducido (“Reduced Cost”) es 0. El coeficiente de estas variables en la Función Objetivo es ( $c_1 = 3$ ,  $c_2 = 5$ ).

El Incremento Permitido y el Decremento Permitido indican los límites del Intervalo Permitido para permanecer en la misma solución óptima, para cada uno de los coeficientes  $c_1$  y  $c_2$ .

Para cualquier  $c_j$  su intervalo Permitido para permanecer óptimo es el intervalo de valores para el que la solución actual permanezca óptima (Ver más detalles en H&L pag.229).

En el Ejemplo del Prototipo, el Intervalo Permitido para  $c_1$  y  $c_2$  puede ser calculado a partir del valor del coeficiente y de la información sobre su Incremento y Decremento permisible:

- (a) en el caso de  $c_1$  :  $[(3 - 3) ; (3 + 4.5)] = [0 ; 7.5]$
- (b) en el caso de  $c_2$  :  $[(5 - 3) ; (5 + \infty)] = [2 ; \infty]$

## B. Sección de las Restricciones.(Constraints)

De manera similar el Informe de Sensibilidad también aporta la siguiente información para cada una de las restricciones : (1) Valor Final en el Óptimo (“Final Value”) de la restricción , (2) Precio Sombra (“Shadow Price”) correspondiente, (3) Coeficiente  $b_i$  de la restricción  $i$  (“Constraint Right Hand Side”), (4) Incremento Permitido (“Allowable Increase”), (5) Decremento Permitido (“Allowable Decrease”).

El Precio Sombra para cada una de las restricciones representa el cambio a nivel de la Función Objetivo como consecuencia de una modificación marginal (de una unidad) del Lado Derecho de las restricciones (el límite de disponibilidad del recurso). Se asume que la solución es óptima y que todos los otros parámetros del problema se mantienen constantes.

Los Precios Sombra pueden ser calculados modificando el Lado Derecho de la restricción de una unidad, resolviendo el sistema y luego comparando la diferencia a nivel de la Función Objetivo

En el Caso del Ejemplo Prototipo, el Precio Sombra correspondiente a la 1ª Restricción (tiempo disponible en la Planta 1) es igual 0, esto implica que cambios en el límite de la primera restricción no tienen efecto en el  $Z^*$  hallado, sin embargo el Precio Sombra del tiempo disponible correspondiente a la Planta 2 y la Planta 3 es de 1,5 y 1 respectivamente.

Estos Precios Sombra permanecen constantes solamente al interior de un rango de valores, dentro del cual la restricción continúa estando activa (“binding”), al que se denomina Intervalo Permitido de Factibilidad. El Intervalo Permitido para permanecer



Factible es el intervalo de valores del coeficiente  $b_i$  (correspondiente a la restricción  $i$ ) en el que la solución óptima permanece factible.

Estos Intervalos o Rangos pueden ser calculados a partir de la información disponible a nivel del Informe de Sensibilidad: Incremento permitido (“Allowable Increase”) y Decremento permitido (“Allowable Decrease”).

Por Ejemplo : el Intervalo para seguir factible en el caso de la Planta 3 (Restricción N°3) es  $[12 ; 24]$  o sea  $[18 - 6 ; 18 + 6]$ . Cualquier modificación dentro de este rango, no modifica la naturaleza factible de la solución óptima, si se asume que todos los otros parámetros del modelo permanecen constantes. Fuera de este Rango de valores, se requiere reoptimizar, o sea resolver el problema para determinar el nuevo valor de la función objetivo.

Si las modificaciones están al interior del Intervalo Permitido de Factibilidad, se puede predecir el valor de la función de objetivo óptimo mediante la multiplicación del cambio en el Lado Derecho de la restricción (modificación del límite de la disponibilidad) por su Precio Sombra. En El Ejemplo del Prototipo, si se incrementara la disponibilidad de tiempo en la Planta 3 ( $b_3 = 18$ ) de 5 unidades, entonces la Función Objetivo se incrementaría de  $1 \times 5 = 5$  unidades. En caso de que se redujera  $b_3$  de 1 unidad, entonces la Función Objetivo se reduciría de  $1 \times 1 = 1$  unidad. Donde el múltiplo de valor 1 representa el precio sombra de la tercera restricción.

Observar que si la restricción no está activa (“not binding”), como es el caso de la Planta 1 (Restricción N°1) entonces su Precio Sombra es 0. Esto se cumplirá siempre, ya que si la solución óptima no emplea toda la disponibilidad de ese recurso, entonces un incremento de la disponibilidad de ese recurso no tendrá ningún efecto, ya que existe un monto de ese mismo recurso en exceso. El Intervalo para seguir Factible en el caso de la Planta 1 es  $[2 ; \infty]$ .



## Guía de conceptos básicos del Solver

El Solver es una herramienta de Microsoft Excel que, entre otras funcionalidades, sirve para resolver problemas de programación lineal.

Antes de utilizar el Solver debemos tener claro cuál es nuestro problema. Es decir, cuál es la función objetivo y cuáles son las restricciones. Luego, debemos ingresar los datos del problema en el modelo del Solver. Cabe aclarar que llamamos “modelo” a la planilla de Excel que utilizamos para ingresar los datos del problema.

Por otro lado, podemos decir que los elementos de un Modelo de Programación Lineal son: los Parámetros y las Variables. Las **variables** son aquellas sobre las que se pueden tomar decisiones y los **parámetros** son las constantes del modelo (coeficientes de la función objetivo, coeficientes de las restricciones, lado derecho de las restricciones). Entonces, al resolver el problema busco hallar los valores de las variables de manera que maximice la función objetivo, sujeta a las restricciones dadas. La determinación de los valores apropiados que deben asignarse a los parámetros del modelo es crítica. A veces, el valor asignado a un parámetro es, por necesidad, sólo una estimación. Debido a la incertidumbre sobre el valor real del parámetro, es importante analizar la forma en que cambiaría (si es que cambia) la solución derivada del problema si el valor asignado al parámetro se cambiara por otros valores posibles. Este proceso se conoce como análisis de sensibilidad (la realización de este análisis por medio del Solver se describe en el Material de Apoyo 3).

A continuación desarrollaremos una breve explicación de cómo pasar de la forma algebraica del problema (ecuaciones) al ingreso de los datos en el modelo. Esta explicación será realizada por medio de un ejemplo sencillo de dos restricciones y dos variables de decisión. En los casos de problemas con más restricciones y/o variables de decisión, el procedimiento es exactamente el mismo. La única diferencia es la cantidad de filas (restricciones) y columnas (variables de decisión) que tendrá el modelo.

Les recomendamos que, para entender mejor los conceptos que vamos a desarrollar y la forma de utilizar el Solver, realicen los pasos en una planilla Excel, a medida que van leyendo esta guía. El ejemplo que utilizaremos es el siguiente:

### PROBLEMA:

$$\text{Máx } z = 5x_1 + 2x_2$$

$$\begin{aligned} \text{sr } & 2x_1 + 5x_2 \leq 10 \\ & x_1 + 2x_2 \leq 4 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

### MODELO:

|    | A                    | B | C                   | D         | E         | F | G | H | I |
|----|----------------------|---|---------------------|-----------|-----------|---|---|---|---|
| 1  |                      |   |                     |           |           |   |   |   |   |
| 2  | <b>Modelo Solver</b> |   |                     |           |           |   |   |   |   |
| 3  |                      |   |                     |           |           |   |   |   |   |
| 4  |                      |   |                     | <b>x1</b> | <b>x2</b> |   |   |   |   |
| 5  |                      |   |                     |           |           |   |   |   |   |
| 6  |                      |   | R1                  |           |           |   |   |   |   |
| 7  |                      |   | R2                  |           |           |   |   |   |   |
| 8  |                      |   |                     |           |           |   |   |   |   |
| 9  |                      |   | <b>Coeficientes</b> |           |           |   |   |   |   |
| 10 |                      |   |                     |           |           |   |   |   |   |
| 11 |                      |   | <b>z*</b>           |           | <b>0</b>  |   |   |   |   |
| 12 |                      |   |                     |           |           |   |   |   |   |
| 13 |                      |   |                     |           |           |   |   |   |   |
| 14 |                      |   |                     |           |           |   |   |   |   |



**1 – VARIABLES DE DECISIÓN**

|    |  | A                    | B | C                    | D         | E | F | G | H | I |
|----|--|----------------------|---|----------------------|-----------|---|---|---|---|---|
| 1  |  |                      |   |                      |           |   |   |   |   |   |
| 2  |  | <b>Modelo Solver</b> |   |                      |           |   |   |   |   |   |
| 3  |  |                      |   |                      |           |   |   |   |   |   |
| 4  |  |                      |   | <b>x1</b>            | <b>x2</b> |   |   |   |   |   |
| 5  |  |                      |   |                      |           |   |   |   |   |   |
| 6  |  |                      |   | R1                   |           |   |   |   |   |   |
| 7  |  |                      |   | R2                   |           |   |   |   |   |   |
| 8  |  |                      |   |                      |           |   |   |   |   |   |
| 9  |  |                      |   | <b>Coefficientes</b> |           |   |   |   |   |   |
| 10 |  |                      |   |                      |           |   |   |   |   |   |
| 11 |  |                      |   | <b>Z*</b>            | 0         |   |   |   |   |   |
| 12 |  |                      |   |                      |           |   |   |   |   |   |
| 13 |  |                      |   |                      |           |   |   |   |   |   |
| 14 |  |                      |   |                      |           |   |   |   |   |   |

En las celdas señaladas, el Solver devolverá el valor de las variables de decisión. Por ello, no es necesario ingresar ningún valor en estas celdas.

**2 – FUNCIÓN OBJETIVO**

|    |  | A                    | B | C                    | D         | E         | F | G | H | I |
|----|--|----------------------|---|----------------------|-----------|-----------|---|---|---|---|
| 1  |  |                      |   |                      |           |           |   |   |   |   |
| 2  |  | <b>Modelo Solver</b> |   |                      |           |           |   |   |   |   |
| 3  |  |                      |   |                      |           |           |   |   |   |   |
| 4  |  |                      |   |                      | <b>x1</b> | <b>x2</b> |   |   |   |   |
| 5  |  |                      |   |                      |           |           |   |   |   |   |
| 6  |  |                      |   | R1                   |           |           |   |   |   |   |
| 7  |  |                      |   | R2                   |           |           |   |   |   |   |
| 8  |  |                      |   |                      |           |           |   |   |   |   |
| 9  |  |                      |   | <b>Coefficientes</b> |           |           |   |   |   |   |
| 10 |  |                      |   |                      |           |           |   |   |   |   |
| 11 |  |                      |   | <b>Z</b>             | 0         |           |   |   |   |   |
| 12 |  |                      |   |                      |           |           |   |   |   |   |
| 13 |  |                      |   |                      |           |           |   |   |   |   |
| 14 |  |                      |   |                      |           |           |   |   |   |   |

La idea es representar la función objetivo en la celda señalada. Para ello:

- 1º) Ingresamos los coeficientes de la función objetivo (5 y 2) en la línea señalada como **coeficientes**, como indicamos en la siguiente figura.

|    |  | A                    | B | C                    | D         | E         | F | G | H | I |
|----|--|----------------------|---|----------------------|-----------|-----------|---|---|---|---|
| 1  |  |                      |   |                      |           |           |   |   |   |   |
| 2  |  | <b>Modelo Solver</b> |   |                      |           |           |   |   |   |   |
| 3  |  |                      |   |                      |           |           |   |   |   |   |
| 4  |  |                      |   |                      | <b>x1</b> | <b>x2</b> |   |   |   |   |
| 5  |  |                      |   |                      |           |           |   |   |   |   |
| 6  |  |                      |   | R1                   |           |           |   |   |   |   |
| 7  |  |                      |   | R2                   |           |           |   |   |   |   |
| 8  |  |                      |   |                      |           |           |   |   |   |   |
| 9  |  |                      |   | <b>Coefficientes</b> |           | 5         | 2 |   |   |   |
| 10 |  |                      |   |                      |           |           |   |   |   |   |
| 11 |  |                      |   | <b>Z*</b>            | 0         |           |   |   |   |   |
| 12 |  |                      |   |                      |           |           |   |   |   |   |
| 13 |  |                      |   |                      |           |           |   |   |   |   |
| 14 |  |                      |   |                      |           |           |   |   |   |   |



2º) Ingresamos la fórmula que representa a la función objetivo en la celda correspondiente a  $z^*$ . En el ejemplo, la función objetivo es:  $z = 5x_1 + 2x_2$

↓ ↓ ↓ ↓  
y la fórmula que la representa es:  $D9 * D5 + E9 * E5$

Lo que estamos haciendo es representar la función objetivo por medio de una fórmula, pues cada celda se corresponde a un coeficiente (D9 y E9) o a una variable de decisión (D5 y E5).

|    | A | B | C | D                   | E         | F | G | H | I |
|----|---|---|---|---------------------|-----------|---|---|---|---|
| 1  |   |   |   |                     |           |   |   |   |   |
| 2  |   |   |   |                     |           |   |   |   |   |
| 3  |   |   |   |                     |           |   |   |   |   |
| 4  |   |   |   | <b>x1</b>           | <b>x2</b> |   |   |   |   |
| 5  |   |   |   |                     |           |   |   |   |   |
| 6  |   |   |   | R1                  |           |   |   |   |   |
| 7  |   |   |   | R2                  |           |   |   |   |   |
| 8  |   |   |   |                     |           |   |   |   |   |
| 9  |   |   |   | <b>Coeficientes</b> | 5         | 2 |   |   |   |
| 10 |   |   |   |                     |           |   |   |   |   |
| 11 |   |   |   | <b>z*</b>           | 0         |   |   |   |   |
| 12 |   |   |   |                     |           |   |   |   |   |
| 13 |   |   |   |                     |           |   |   |   |   |

Existe una mejor manera de representar la función objetivo utilizando la función sumaproduto. Es mejor porque cuando modificamos las columnas y filas del modelo no se crean problemas con las fórmulas del mismo. Si aplican esta función les queda la siguiente fórmula.

|    | A | B | C | D                   | E         | F | G | H | I |
|----|---|---|---|---------------------|-----------|---|---|---|---|
| 1  |   |   |   |                     |           |   |   |   |   |
| 2  |   |   |   |                     |           |   |   |   |   |
| 3  |   |   |   |                     |           |   |   |   |   |
| 4  |   |   |   | <b>x1</b>           | <b>x2</b> |   |   |   |   |
| 5  |   |   |   |                     |           |   |   |   |   |
| 6  |   |   |   | R1                  |           |   |   |   |   |
| 7  |   |   |   | R2                  |           |   |   |   |   |
| 8  |   |   |   |                     |           |   |   |   |   |
| 9  |   |   |   | <b>Coeficientes</b> | 5         | 2 |   |   |   |
| 10 |   |   |   |                     |           |   |   |   |   |
| 11 |   |   |   | <b>z*</b>           | 0         |   |   |   |   |
| 12 |   |   |   |                     |           |   |   |   |   |

Aquellos que quieran leer acerca del uso de la función sumaproduto, pueden consultar un anexo que incluimos en este trabajo.



3 – RESTRICCIONES

| F21 |                      | =                    |           |           |   |   |   |   |
|-----|----------------------|----------------------|-----------|-----------|---|---|---|---|
| A   | B                    | C                    | D         | E         | F | G | H | I |
| 1   |                      |                      |           |           |   |   |   |   |
| 2   | <b>Modelo Solver</b> |                      |           |           |   |   |   |   |
| 3   |                      |                      |           |           |   |   |   |   |
| 4   |                      |                      | <b>x1</b> | <b>x2</b> |   |   |   |   |
| 5   |                      |                      |           |           |   |   |   |   |
| 6   |                      | R1                   |           |           |   |   |   |   |
| 7   |                      | R2                   |           |           |   |   |   |   |
| 8   |                      |                      |           |           |   |   |   |   |
| 9   |                      | <b>Coefficientes</b> |           |           |   |   |   |   |
| 10  |                      |                      |           |           |   |   |   |   |
| 11  |                      | <b>z*</b>            |           | 0         |   |   |   |   |
| 12  |                      |                      |           |           |   |   |   |   |
| 13  |                      |                      |           |           |   |   |   |   |
| 14  |                      |                      |           |           |   |   |   |   |

La idea es la misma que para la función objetivo: representar las restricciones en las celdas marcadas.

Analicemos la primer restricción. Los pasos son:

1º) Ingresamos los coeficientes de la primer restricción en la línea que corresponde a la misma (R1)

| C17 |                      | =                    |           |           |   |   |   |   |
|-----|----------------------|----------------------|-----------|-----------|---|---|---|---|
| A   | B                    | C                    | D         | E         | F | G | H | I |
| 1   |                      |                      |           |           |   |   |   |   |
| 2   | <b>Modelo Solver</b> |                      |           |           |   |   |   |   |
| 3   |                      |                      |           |           |   |   |   |   |
| 4   |                      |                      | <b>x1</b> | <b>x2</b> |   |   |   |   |
| 5   |                      |                      |           |           |   |   |   |   |
| 6   |                      | R1                   | 2         | 5         |   |   |   |   |
| 7   |                      | R2                   |           |           |   |   |   |   |
| 8   |                      |                      |           |           |   |   |   |   |
| 9   |                      | <b>Coefficientes</b> | 5         | 2         |   |   |   |   |
| 10  |                      |                      |           |           |   |   |   |   |
| 11  |                      | <b>z*</b>            |           | 0         |   |   |   |   |
| 12  |                      |                      |           |           |   |   |   |   |
| 13  |                      |                      |           |           |   |   |   |   |

2º) Ingresamos la fórmula que representa el lado izquierdo de la restricción en la celda señalada a continuación. En el ejemplo, el lado izquierdo de la restricción 1 es:  $2 x_1 + 5 x_2$



y la fórmula que la representa es:  $D6 * D5 + E6 * E5$

Lo que estamos haciendo es representar el lado izquierdo de la primer restricción, por medio de una fórmula, pues cada celda se corresponde a un coeficiente (D6 y E6) o a una variable de decisión (D5 y E5).



|    |  | A                    | B | C | D                    | E         | F | G | H | I |
|----|--|----------------------|---|---|----------------------|-----------|---|---|---|---|
| F6 |  | = +D6*D5+E6*E5       |   |   |                      |           |   |   |   |   |
| 1  |  |                      |   |   |                      |           |   |   |   |   |
| 2  |  | <b>Modelo Solver</b> |   |   |                      |           |   |   |   |   |
| 3  |  |                      |   |   |                      |           |   |   |   |   |
| 4  |  |                      |   |   | <b>x1</b>            | <b>x2</b> |   |   |   |   |
| 5  |  |                      |   |   |                      |           |   |   |   |   |
| 6  |  |                      |   |   | R1                   | 2         | 5 | 0 |   |   |
| 7  |  |                      |   |   | R2                   |           |   |   |   |   |
| 8  |  |                      |   |   |                      |           |   |   |   |   |
| 9  |  |                      |   |   | <b>Coefficientes</b> | 5         | 2 |   |   |   |
| 10 |  |                      |   |   |                      |           |   |   |   |   |
| 11 |  |                      |   |   | <b>z*</b>            | 0         |   |   |   |   |
| 12 |  |                      |   |   |                      |           |   |   |   |   |
| 13 |  |                      |   |   |                      |           |   |   |   |   |

Análogamente al caso de la función objetivo, podemos utilizar la función sumaproducto y quedaría:

|    |  | A                            | B | C | D                    | E         | F | G | H | I |
|----|--|------------------------------|---|---|----------------------|-----------|---|---|---|---|
| F6 |  | = =SUMAPRODUCTO(D5:E5,D6:E6) |   |   |                      |           |   |   |   |   |
| 1  |  |                              |   |   |                      |           |   |   |   |   |
| 2  |  | <b>Modelo Solver</b>         |   |   |                      |           |   |   |   |   |
| 3  |  |                              |   |   |                      |           |   |   |   |   |
| 4  |  |                              |   |   | <b>x1</b>            | <b>x2</b> |   |   |   |   |
| 5  |  |                              |   |   |                      |           |   |   |   |   |
| 6  |  |                              |   |   | R1                   | 2         | 5 | 0 |   |   |
| 7  |  |                              |   |   | R2                   |           |   |   |   |   |
| 8  |  |                              |   |   |                      |           |   |   |   |   |
| 9  |  |                              |   |   | <b>Coefficientes</b> | 5         | 2 |   |   |   |
| 10 |  |                              |   |   |                      |           |   |   |   |   |
| 11 |  |                              |   |   | <b>z*</b>            | 0         |   |   |   |   |
| 12 |  |                              |   |   |                      |           |   |   |   |   |
| 13 |  |                              |   |   |                      |           |   |   |   |   |

3º) Luego, ingresamos el signo de la restricción (= , <= , >= , etc.) en G6 y el lado derecho de la restricción en H6, como se muestra a continuación.

|     |  | A                    | B | C | D                    | E         | F | G | H  | I  |
|-----|--|----------------------|---|---|----------------------|-----------|---|---|----|----|
| E19 |  | =                    |   |   |                      |           |   |   |    |    |
| 1   |  |                      |   |   |                      |           |   |   |    |    |
| 2   |  | <b>Modelo Solver</b> |   |   |                      |           |   |   |    |    |
| 3   |  |                      |   |   |                      |           |   |   |    |    |
| 4   |  |                      |   |   | <b>x1</b>            | <b>x2</b> |   |   |    |    |
| 5   |  |                      |   |   |                      |           |   |   |    |    |
| 6   |  |                      |   |   | R1                   | 2         | 5 | 0 | <= | 10 |
| 7   |  |                      |   |   | R2                   |           |   |   |    |    |
| 8   |  |                      |   |   |                      |           |   |   |    |    |
| 9   |  |                      |   |   | <b>Coefficientes</b> | 5         | 2 |   |    |    |
| 10  |  |                      |   |   |                      |           |   |   |    |    |
| 11  |  |                      |   |   | <b>z*</b>            | 0         |   |   |    |    |
| 12  |  |                      |   |   |                      |           |   |   |    |    |
| 13  |  |                      |   |   |                      |           |   |   |    |    |



El círculo señala la representación de la primera restricción.

Siguiendo el mismo procedimiento representamos la restricción 2 en el modelo, quedando como sigue:

|    | A | B | C                    | D         | E         | F | G  | H  | I |
|----|---|---|----------------------|-----------|-----------|---|----|----|---|
| 1  |   |   |                      |           |           |   |    |    |   |
| 2  |   |   |                      |           |           |   |    |    |   |
| 3  |   |   |                      |           |           |   |    |    |   |
| 4  |   |   |                      | <b>x1</b> | <b>x2</b> |   |    |    |   |
| 5  |   |   |                      |           |           |   |    |    |   |
| 6  |   |   | R1                   | 2         | 5         | 0 | <= | 10 |   |
| 7  |   |   | R2                   | 1         | 2         | 0 | <= | 4  |   |
| 8  |   |   |                      |           |           |   |    |    |   |
| 9  |   |   | <b>Coefficientes</b> | 5         | 2         |   |    |    |   |
| 10 |   |   |                      |           |           |   |    |    |   |
| 11 |   |   | <b>z*</b>            | 0         |           |   |    |    |   |
| 12 |   |   |                      |           |           |   |    |    |   |
| 13 |   |   |                      |           |           |   |    |    |   |

Como se podrán imaginar, cuando son pocas restricciones no hay problema en representar de a una las mismas, pero este procedimiento llevaría mucho tiempo y no sería eficiente, en el caso de problemas con muchas restricciones.

Una manera de que no lleve mucho tiempo es la siguiente:

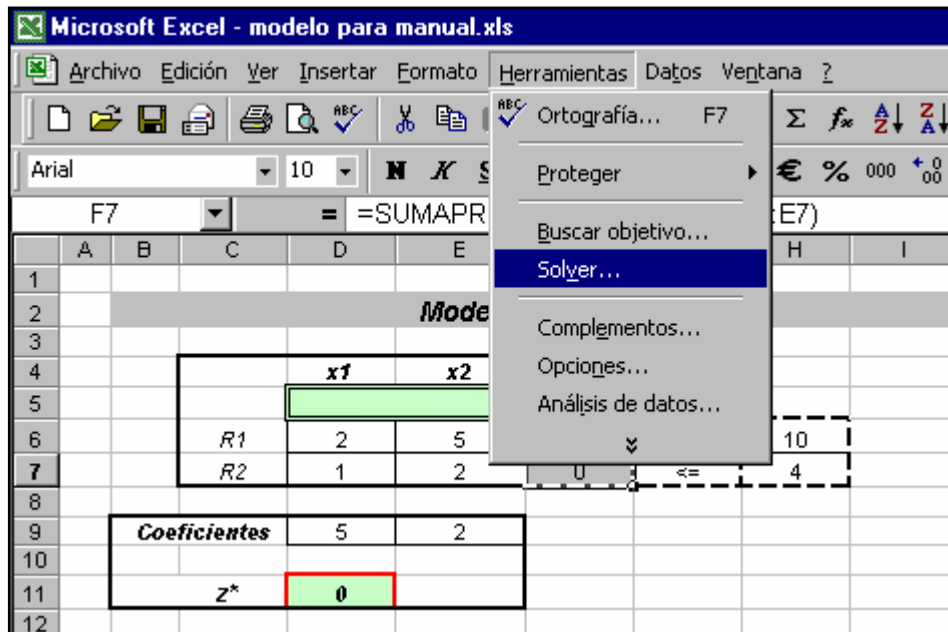
- ingresar los coeficientes de todas las restricciones;
- ingresar la fórmula que representa la restricción 1 en la celda correspondiente;
- en la fórmula ingresada, fijar la columna y la fila correspondientes a las celdas que representan las variables de decisión (en nuestro caso D5 y E5). Esto lo tenemos que hacer para poder copiar y pegar la fórmula sin que cambien las celdas de las variables de decisión (es una funcionalidad de Excel; si no la conocen no duden en preguntarnos);
- copiar la celda con la fórmula (que representa el lado izquierdo de la restricción 1);
- pegar lo copiado en las celdas que representan el lado izquierdo de las demás restricciones;
- ingresar el signo y el lado derecho de todas las restricciones.



#### 4 –PROCEDIMIENTO DE RESOLUCIÓN

Si nos detenemos un momento y vemos lo que hemos hecho, ya representamos nuestro problema en un modelo en la planilla Excel. Es importante que entiendan que es el mismo problema que está planteado en ecuaciones, pero que para utilizar el Solver debemos representarlo en la planilla de Excel.

Hasta aquí no hemos utilizado el Solver, sino que estuvimos preparando los datos para poder aplicar el Solver. Ahora que los datos ya están prontos lo que hacemos es seleccionar **Solver del menú Herramientas**.



Allí aparece el cuadro de ingreso de los datos que necesita el Solver para resolver el problema y que debemos completar.

- ✓ **Celda Objetivo:** es la celda que representa la función objetivo. En nuestro ej. es **D11**.
- ✓ **Máximo o Mínimo:** debemos seleccionarlo según sea nuestro problema. En nuestro caso es **Máx**.
- ✓ **Cambiando las celdas:** son las celdas que representan las variables de decisión. En nuestro caso son **D5:E5**.
- ✓ **Sujetas a las siguientes restricciones:** aquí ingresamos las restricciones del problema. Para ello:
  - seleccionamos el botón **Agregar**;
  - en el espacio que dice **Referencia de la celda** ingresamos el lado izquierdo de las restricciones (en nuestro caso es **F6:F7**);
  - luego ingresamos el signo de las restricciones (en nuestro caso **<=**) y por último;
  - en el espacio que dice **Restricción** ingresamos el lado derecho de las restricciones (en nuestro caso **H6:H7**) y le damos Aceptar.
  - También debemos incluir la restricciones de no negatividad de las variables de decisión, para lo cual realizamos los siguientes pasos:
    - (a) seleccionamos el botón **Agregar**;
    - (b) en el espacio que dice **Referencia de la celda** ingresamos las celdas que representan las variables de decisión, en este caso son **D5:E5**;



- (c) luego ingresamos el signo de la restricción (en este caso  $\Rightarrow$ ), y por último,
- (d) en el espacio que dice **Restricción** ingresamos el valor **0** (cero) y le damos Aceptar.

Ver las siguientes figuras que muestran lo explicado.

|    | x1 | x2 |
|----|----|----|
| R1 | 2  | 5  |
| R2 | 1  | 2  |

| Coeficientes |   |
|--------------|---|
| 5            | 2 |

|    |   |
|----|---|
| z* | 0 |
|----|---|

**Agregar restricción**

Referencia de la celda:  <= <input type="text" value="\$H\$6:\$H\$7"/>

Aceptar    Cancelar    Agregar    Ayuda

La pantalla de ingreso de datos del Solver queda así:

**Parámetros de Solver**

Celda objetivo:

Valor de la celda objetivo:

Máximo     Mínimo     Valores de:

Cambiando las celdas:  Estimar

Sujetas a las siguientes restricciones:

Agregar...    Cambiar...    Eliminar

Resolver    Cerrar    Opciones...    Restablecer todo    Ayuda

Muestra la restricción de no negatividad de las variables de decisión.



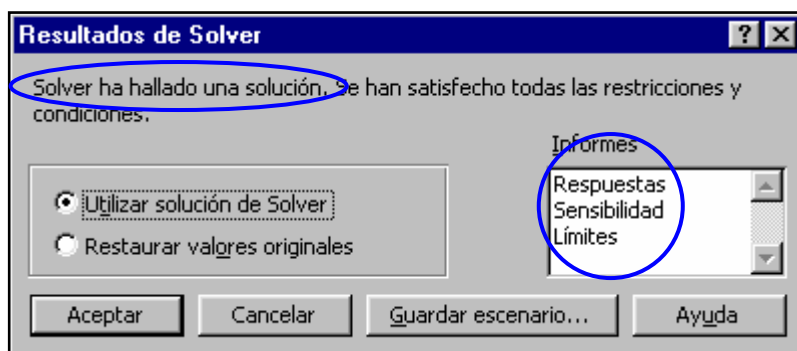
Antes de continuar debemos realizar algunas aclaraciones importantes:

1. El ingreso de las restricciones puede realizarse individualmente, o en grupo. En nuestro caso, ingresamos las restricciones funcionales en un grupo y las restricciones de no negatividad en otro. El ingreso dependerá de los grupos que puedan armar de acuerdo a los signos de las restricciones.
2. No se olviden de las restricciones de no negatividad que son tan importantes como las funcionales.
3. Luego de ingresadas las restricciones pueden modificarlas o eliminarlas con los botones **Cambiar** o **Eliminar**, según corresponda.
4. Con el botón **Restablecer todo** borran todos los datos y selecciones realizadas en el cuadro del Solver.

Bueno, ahora podemos hacer clic en el botón **Resolver** y el Solver realiza las iteraciones para resolver el problema y nos devuelve un cuadro de Resultados. Ese cuadro es diferente dependiendo de cada problema.

### 5 – POSIBLES RESULTADOS DEL SOLVER

#### a) Solución óptima única



Solver señala que ha encontrado una solución y nos da la posibilidad de seleccionar alguno/s de tres informes (Respuestas, Sensibilidad y Límites). Podemos seleccionar alguno de ellos o no, seleccionamos la opción **Utilizar la solución de Solver** y seleccionamos **Aceptar**. Si miramos nuestro modelo, el Solver completó las celdas de las variables de decisión con sus valores en el óptimo y la celda correspondiente a la función objetivo con el valor de la misma también en el óptimo. En nuestro caso:  $x_1^* = 4$  ;  $x_2^* = 0$  ;  $z^* = 20$ .

|    | A | B | C                   | D     | E     | F | G  | H  | I |
|----|---|---|---------------------|-------|-------|---|----|----|---|
| 1  |   |   |                     |       |       |   |    |    |   |
| 2  |   |   |                     |       |       |   |    |    |   |
| 3  |   |   |                     |       |       |   |    |    |   |
| 4  |   |   |                     | $x_1$ | $x_2$ |   |    |    |   |
| 5  |   |   |                     | 4     | 0     |   |    |    |   |
| 6  |   |   | R1                  | 2     | 5     | 8 | <= | 10 |   |
| 7  |   |   | R2                  | 1     | 2     | 4 | <= | 4  |   |
| 8  |   |   |                     |       |       |   |    |    |   |
| 9  |   |   | <b>Coeficientes</b> | 5     | 2     |   |    |    |   |
| 10 |   |   |                     |       |       |   |    |    |   |
| 11 |   |   | $z^*$               | 20    |       |   |    |    |   |
| 12 |   |   |                     |       |       |   |    |    |   |
| 13 |   |   |                     |       |       |   |    |    |   |



| Celdas cambiantes |        |                |             |  |  |  |
|-------------------|--------|----------------|-------------|--|--|--|
| Celda             | Nombre | Valor original | Valor final |  |  |  |
| \$D\$11           | z* x1  | 20             | 20          |  |  |  |

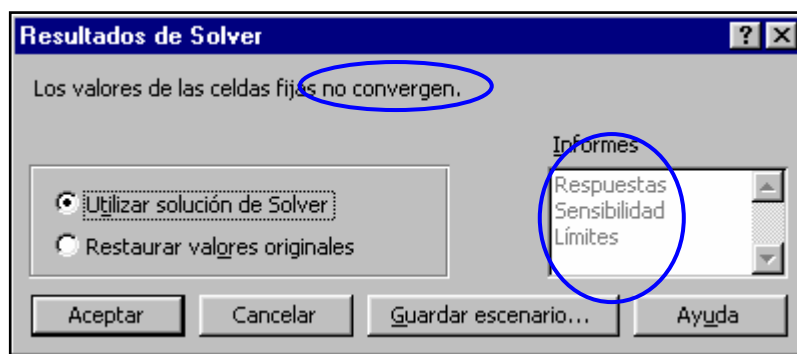
| Restricciones |        |                   |                |             |             |  |
|---------------|--------|-------------------|----------------|-------------|-------------|--|
| Celda         | Nombre | Valor de la celda | fórmula        | Estado      | Divergencia |  |
| \$F\$6        | R1     | 8                 | \$F\$6<=\$H\$6 | Opcional    | 2           |  |
| \$F\$7        | R2     | 4                 | \$F\$7<=\$H\$7 | Obligatorio | 0           |  |
| \$D\$5        | x1     | 4                 | \$D\$5>=0      | Opcional    | 4           |  |
| \$E\$5        | x2     | 0                 | \$E\$5>=0      | Obligatorio | 0           |  |

**b) Soluciones óptimas alternativas**

En este caso la respuesta del Solver es exactamente la misma que en el caso anterior. El Solver nos dice que encontró una solución óptima. Lo cual es verdad porque encontró la primer solución óptima, pero paró allí y no sigue buscando. El Solver no especifica que existen otras soluciones óptimas. Por ello, ustedes deben analizar el problema y detectar si alguna de las restricciones tiene la misma pendiente que la función objetivo y así saben que existen soluciones óptimas alternativas. El Solver identifica una de las soluciones FEV óptimas y ustedes deben encontrar la(s) otra(s).

**c) Solución no acotada**

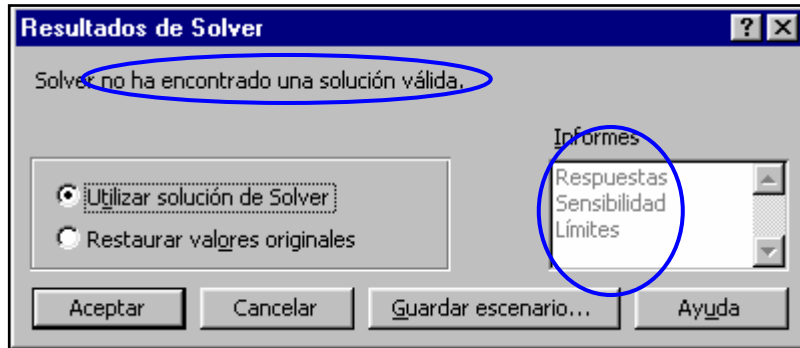
En este caso, el cuadro de resultados del Solver es el siguiente:



El Solver identifica que los valores no convergen (no están acotados), no permitiendo seleccionar ningún informe.



d) No existe solución factible



Solver no ha encontrado solución válida (factible) y tampoco permite seleccionar ningún informe.

Para la resolución de problemas de mayor complejidad el modelo utilizado en el presente trabajo debe ser cambiado, en caso de necesitar un modelo de mayor complejidad comunicarse con la cátedra a través del correo electrónico, [mtd2002@adinet.com.uy](mailto:mtd2002@adinet.com.uy).



**ANEXO – FUNCIÓN SUMAPRODUCTO**

La función Sumaproducto multiplica los componentes correspondientes de las matrices suministradas y devuelve la suma de esos productos.

**Sintaxis:**

**SUMAPRODUCTO(matriz1;matriz2;matriz3; ...)**

Matriz1; matriz2; matriz3; ... son de 2 a 30 matrices cuyos componentes desea multiplicar y después sumar. Puede ingresarse solo la Matriz1 o solo la Matriz1 y la Matriz2.

- ✓ Los argumentos matriciales deben tener las mismas dimensiones. De lo contrario, SUMAPRODUCTO devuelve el valor de error #¡VALOR!
- ✓ SUMAPRODUCTO considera las entradas matriciales no numéricas como 0.

**Ejemplo:**

|   | A | B | C | D | E | F | G |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 5 |   |   |   |   |   |
| 2 | 3 | 5 |   |   | 1 | 3 |   |
| 3 |   |   |   |   | 2 | 1 |   |

La siguiente fórmula multiplica todos los componentes de dos matrices en A1:B2 y E2:F3, y después suma los productos, es decir,  $1*1 + 5*3 + 3*2 + 5*1$ .

Por lo tanto, SUMAPRODUCTO(A1:B2,E2:F3) es igual a 27.