1. Modelo de Transporte

Se trata de un modelo particular de Redes-Flujo sin establecimientos intermedios o de trasbordo. Para formular un modelo genérico se definen las variables y los parámetros siguientes:

s_i = total de unidades disponibles en los establecimientos proveedores (origen) i = 1, 2, …, m;
d_j = total de unidades demandadas (destino) j = 1, 2, …, n;
c_{ij} = costos unitarios de transporte de la fuente i al destino j

Inicialmente se asume que la oferta total = demanda total (si la oferta total es menor a la demanda total el problema no tiene solución factible).

Se define x_{ij} = total de unidades transportadas del origen i al destino j .

El modelo de transporte se formula de la manera siguiente:

$$\min z = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij}$$

$$s.t.$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} \le s_i \qquad \forall i \quad \text{donde} \quad \text{i} = 1,2....\text{m} \quad \text{(solo se tranporta lo que está disponible)}$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = d_j \qquad \forall j \quad \text{donde} \quad \text{j} = 1,2....\text{n} \quad \text{(se satisface la totalidad de la demanda)}$$

$$x_{ij} \ge 0 \qquad \forall i, j$$

Ejemplo 1

Una compañía fabricante de compresores tiene 3 plantas localizadas en 3 sitios diferentes: Cleveland, Chicago y Boston. La semana pasada la producción de modelos específicos de compresores en cada planta fue: 35, 50 y 40 unidades respectivamente. La firma ha decidido embarcar 45 unidades con destino al centro de distribución en Dallas, 20 hacia Atlanta, 30 hacia San Francisco y 30 hacia Filadelfia.

Los costos unitarios de producción y distribución desde cada una de las 3 plantas con destino a los centros de distribución figuran en la siguiente Tabla.

El objetivo del Gerente de Logistica es identificar la major estrategia a seguir que minimice los costos totales de transporte.

Plantas	*Centros de Distribución*				*Oferta* (unidades)
	Dallas	Atlanta	San Francisco	Filadelfia	
Cleveland	8	6	10	9	35
Chicago	9	12	13	7	50
Boston	14	9	16	5	40
Demandas (unidades)	45	20	30	30	[125]

(a) Formular este problema como un modelo de PL
(b) Identificar la red de distribución (etiquetar los nodos y los arcos de manera apropiada).
(c) Identificar una solución factible. Resolverlo mediante el SOLVER.

Cuando la Oferta es diferente a la Demanda

- Si la oferta total es inferior a la demanda total, se emplea un nodo de oferta ficticia ("dummy") cuya disponibilidad de oferta sea igual a la diferencia entre la demanda total y la oferta total.
- Si la oferta total es superior a la demanda, entonces de emplea un nodo demanda ficticia ("dummy") con una demanda igual a la diferencia entre la oferta total y la demanda total.

2. Modelos de Asignación

Este modelo es un caso particular del modelo de transporte. El modelo general de asignación tiene que ver con m agentes y n tareas. Supongamos que n agentes deben ser asignadas a n tareas y c_{ij} indica el costo o alternativamente el valor de tener a la persona i asignada a la tarea j .
Principales elementos del modelo de asignación:

- Buscamos minimizar el costo
- Cada uno de los agentes debe ser asignados una tarea
- Cada tarea debe ser asignada a 1 agente

Definamos x_{ij} = 1 si el agente I es asignado a la tarea j ; = 0 en los otros casos.
Entonces el modelo se escribe:

$$\min\ z = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_{ij}$$

$$s.t.$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} \le 1 \qquad \forall i \qquad \text{(cada agente es asignado al menos a una tarea)}$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = 1 \qquad \forall j \qquad \text{(cada tarea es asignada a un agente)}$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \qquad \forall i, j$$

Soluciones Enteras a los modelos de PL

El Modelo de Transporte posee una propiedad particular. La solución de estos PL tendrán SIEMPRE una solución con números enteros. En realidad todos los modelos de Redes cumplen con esta propiedad.

Ejemplo 2

El Coronel Rodriguez tiene la responsabilidad de asignar personal a su staff en base a las experiencias anteriores. Su lista con las vacantes a cubrir y los candidatos junto a sus años de experiencia se resumen en la siguiente tabla. Quien debe ser asignado en cual de las vacantes para optimizar los años de experiencia?

	Positions				
Candidatos	Asistente	Inteligencia	Operaciones	Logistica	Entrenamiento
Mr. A	3	5	6	2	2
Mr. B	2	3	5	3	2
Mr C	3	0	4	2	2
Mr D	3	0	3	2	2
Mr E	0	3	0	1	0

(a) Formular este problema como un modelo de PL
(b) Identificar las asignaciones posibles (etiquetar los nodos y los arcos de manera apropiada).
(c) Resolverlo mediante el SOLVER.

3. Modelo de Flujo Máximo

En el caso del modelo de flujo máximo, se busca enviar la mayor cantidad de productos desde un nodo Origen O en la Red (identificado como la fuente) hacia otro nodo especificado como T (Terminal o Destino). No hay costos asociados con el flujo , sin embargo , existen capacidades máximas u_{ij} y mínimas l_{ij} en relación con el total de flujo que puede ser transportado por cada arco en la Red. (Nota: no se puede transportar nada directamente de i hacia j si no existe un arco que los conecte).

Si *f* define el total de productos enviados desde O hasta T, y si xij define el flujo de i hacia j a lo largo del arco (i, j), la formulación del modelo es:

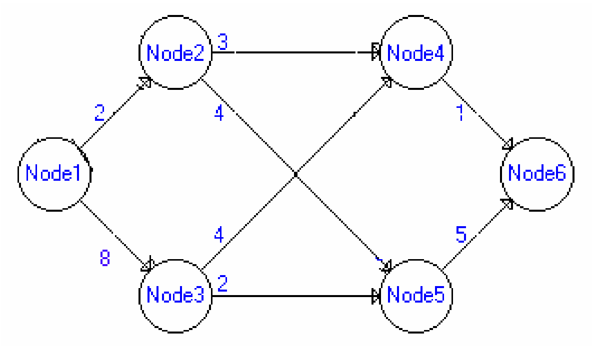
$$
\begin{aligned}
&Max\ f\\
&s.t.\\
&\sum_j x_{vj} - \sum_i x_{iv} = \begin{cases} f & \text{si } \mathrm{v=O} \\ -f & \text{si } \mathrm{v=T} \\ 0 & \text{en los otros casos} \end{cases}\\
&l_{ij} \le x_{ij} \le u_{ij} \qquad \forall i, j
\end{aligned}
$$

Esta formulación no está en la forma estándar del Modelo de Redes. Para convertirla en la forma estándar de Redes se incluye un arco ficticio desde O hacia T con un capacidad infinita. El modelo puede reescribirse como:

$$
\begin{aligned}
&Max\ x_{ts}\\
&s.t.\\
&\sum_j x_{vj} - \sum_i x_{iv} = 0\\
&l_{ij} \le x_{ij} \le u_{ij} \qquad \forall i, j
\end{aligned}
$$

Ejemplo 3

Una ciudad dispone de una red de cañerías de agua potable desde la planta potabilizadora hasta la torre tanque donde funciona el reservorio de la ciudad. Actualmente el sistema esta subutilizado y la gerencia de la firma está interesada en optimizar el uso de la red disponible. Este modelo se formuló en base a encontrar el flujo máximo desde la Planta potabilizadora (node 1) hasta la torre tanque de reserve. Los números asignados a cada arco representa volúmenes máximos.



4. Modelo de Ruta Más Corta

Dada una Red con distancias (o costos, o tiempo de viaje) c_{ij} asociado con cada arco (i,j), encontrar una trayectoria en la Red desde O hasta T que respresente la distancia más corta. Si asumimos que x_{ij} = 1 si el arco (i,j) está sobre la Ruta Más Corta desde O hasta T; o 0 en caso contrario.
La formulación de la Ruta Mas Corta es:

$$Min...z = \sum_i \sum_j c_{ij} x_{ij}$$

$$s.t.$$

$$\sum_j x_{vj} - \sum_i x_{iv} = \begin{cases} 1 & \text{si v} = \text{O} \\ -1 & \text{si v} = \text{T} \\ 0 & \text{en los otros casos} \end{cases}$$

$$x_{ij} \geq 0 \qquad \forall i, j$$

Ejemplo 4

A partir de la información de costos de transporte asignados a cada arco de la siguiente Red, encontrar la Ruta Mas Corta entre el Nodo 1 y el Nodo 8:

- formular el modelo de PL que corresponde
- resolverlo empleando el SOLVER.