EJERCICIO 1

Considere el Programa Lineal (PRIMAL) siguiente:

Max $Z = 2x_1 - 4x_2 - 3x_3$
s.r.
(1) $x_1 + x_2 - x_3 \leq 4$

$x_1, x_2, x_3 \geq 0$

RESPONDER Y JUSTIFICAR SU RESPUESTA.

(1) Construya el Problema DUAL y el Problema Dual ampliado (incluya Variables de Superávit)

Min W = 4 y1
s.r.
y1 ≥ 2
y1 ≥ -4
-y1 ≥ -3

Min W = 4 y1
s.r.
y1 – y2 = 2
y1 – y3 = -4
-y1 – y4 = -3

(2) Hallar la Solución Básica Optima del Problema DUAL. **Justificar.**

Region Factible : 2 ≤ y1 ≤ 3

El mínimo se alcanza cuando y1=2, entonces W*=8
Solución Básica Optima para el DUAL: (y1, y2, y3, y4) = (2, 0, 6, 1)

(3) A partir de la Solución del DUAL encontrada en (2) y de la Propiedad de Holgura Complementaria encontrar la Solución Básica Optima del PRIMAL. **Justificar.**

En el Dual las variables Básicas son (y1, y3, y4), por lo tanto en el PRIMAL la única variable básica será (x1=4) y por lo tanto x2 = x3 = x4 =0 porque resultan No básicas.

(4) Para la Solución Optima del PRIMAL el Renglón o Ecuación (0) de la Tabla Simplex en base a la información obtenida en (2). **Justificar.**

Nº Ecuacion	Var. Básica	Coeficientes de					Lado derecho
		Z	X_1	X_2	X_3	X_4	
(0)	Z	1	…0….	…6….	…1….	…2….	…8…..

(5) En base a los resultados obtenidos anteriormente completar la Tabla de Soluciones Básicas Complementarias para las 4 Soluciones indicadas en la Tabla siguiente:

Nº Solución	PRIMAL						DUAL						Solucion Optima?
	x_1	x_2	x_3	x_4	Solucion Factible?	Z	W	y_1	y_2	y_3	y_4	Solucion Factible?	
1	0	0	0	4	SI	0	0	0	-2	4	3	NO	NO
2	4	0	0	0	SI	8	8	2	0	6	1	SI	SI
3	0	0	-4	0	NO	12	12	3	1	7	0	SI	NO
4	0	4	0	0	SI	-16	-16	-4	-6	0	7	NO	NO

Justificar.

Se emplea la Forma PRIMAL ampliada para sustituir los valores conocidos y resolver para las incógnitas. En la Forma Dual ampliada se identifican primero las variables no-básicas a partir de las Propiedades de las Soluciones básicas complementarias y de Holgura complementaria. Luego se obtienen los valores para las variables básicas del dual a partir de la resolución del sistema de ecuaciones.

(6) Suponga que el coeficiente de x_1 en la Función Objetivo del PRIMAL ($c_1 = 2$) en realidad puede tener cualquier valor en el Modelo. ¿Para qué valores de c_1 ocurre que el problema DUAL no tiene soluciones factibles? A partir de la Teoría de la Dualidad ¿qué implica una Solución No Factible en el DUAL sobre la Solución del PRIMAL? Justificar.

- Si c1 > 3 , entonces no existe Región FActible
- no factible o no acotada

(7) Suponga ahora que en el PRIMAL del Modelo inicial se introduce una nueva variable x_N , cuyos coeficientes son $c_N = -2$ y $a_{1N} = -1$. A partir de la Teoría de la Dualidad determinar si la Solución óptima en (3) sigue siendo óptima en el PRIMAL del nuevo Modelo ampliado. Justificar.

Nueva restricción en el dual: $-y1 \geq -2$ o sea $y1 \leq 2$. La Solución Básica Optima del Dual sigue siendo factible en (2) $y1 \geq 2$, y sigue siendo factible en el PRIMAL

EJERCICIO 2

Un establecimiento agropecuario se dedica al engorde de novillos y vaquillonas. Para ello cuenta con dos corrales cuya capacidad máxima es de 300 animales cada uno. Cada novillo debe permanecer 100 días en el corral y se calcula que ganan un kilogramo de peso por día. Cada vaquillona también debe permanecer 100 días y se calcula que ganan un kilogramo de peso por día.

El novillo consume por día: 300 gramos de maíz, 100 gramos de afrechillo, 500 gramos de sorgo por día. El costo de su dieta diaria es de USD 0,5 y el precio de venta del Kg de carne de novillo es de USD 1.

A su vez la vaquillona consume por día: 200 gramos de maiz, 50 gramos de afrechillo, 250 gramos de sorgo por día. El costo de la dieta diaria es de USD 0,40 y el precio de venta del Kg de carne de vaquillona es de USD 0,70.

El establecimiento tiene disponibles 11 toneladas de maiz, 5 toneladas de afrechillo, 15 toneladas de sorgo.

El dueño del establecimiento desea saber la cantidad óptima de novillos y vaquillonas a ser engordados en los corrales a los efectos de maximizar la ganancia del establecimiento agropecuario.

SE PIDE:

1. Formular un modelo de programación lineal.

$$
\begin{aligned}
\text{Max } Z = \quad & 50 X_1 + 30 X_2 \\
\text{s.r.} \quad & 30 X_1 + 20 X_2 \leq 11.000 \\
& 10 X_1 + 5 X_2 \leq 5.000 \\
& 50 X_1 + 25 X_2 \leq 15.000 \\
& X_1 + X_2 \leq 600 \\
& X_1 \geq 0,\ X_2 \geq 0
\end{aligned}
$$

2. Use el método gráfico para resolver el modelo. A partir del análisis de sensibilidad del modelo conteste las siguientes preguntas:

Celdas cambiantes

Celda	Nombre	Valor Igual	Costo Reducido	Coeficiente Objetivo	Aumento permisible	Disminución Permisible
C4	Novillos	100	0	50	10	5
D4	Vacas	400	0	30	3,333333333	5

Restricciones

Celda	Nombre	Valor Igual	Precio Sombra	Restricción Lado derecho	Aumento permisible	Disminución Permisible
E5	Maíz	11000	1	11000	1000	2000
E6	Afrechillo	3000	0	5000	1E+30	2000
E7	Sorgo	15000	0,4	15000	3333,333333	1250
E8	Corrales	500	0	600	1E+30	100

3. Una empresa se ofrece a hacerle un nuevo corral por apenas U$S 500. ¿Es conveniente hacer el corral? ¿Por qué?

   No es conveniente hacer el nuevo corral ya que el precio sombra del recurso es igual a cero, y la cantidad de corrales planteada está dentro del rango de factibilidad.

4. ¿Cuanto estaría dispuesto a pagar el dueño del establecimiento por un Kg de maíz? ¿Hasta cuántas toneladas estaría dispuesto a comprar a ese precio?

   Esta dispuesto a pagar hasta USD 1 por un Kg de maíz y a ese precio está dispuesto a comprar una tonelada (de acuerdo al Rango de Factibilidad)

5. ¿Cuánto estaría dispuesto a pagar por 5 toneladas de sorgo?

   5000 está fuera del rango de factibilidad, por lo tanto no podemos utilizar el precio sombra para saber cuánto estaríamos dispuestos a pagar por esa cantidad de sorgo. Hay que reoptimizar.

6. Suponiendo que el costo de la alimentación del ganado se mantiene estable, ¿por debajo de que precio debería estar el Kg de carne de novillo para que la solución óptima identificada deje de serlo? Comparar gráficamente la nueva situación con respecto a la anterior.

   El precio del Kg de novillo debe ser menor a 95 centavos de dólar. De esa forma el c_1 estaría fuera del rango de optimalidad. Mostrar gráficamente como una disminución de más de 5 centavos en el margen de ganancia implica un cambio en la pendiente de la función objetivo que hace que la solución óptima pase a ser otra.

7. ¿Por qué la variable que representa la cantidad de novillos tiene un costo reducido igual a 0?
Porque es una variable básica.

EJERCICIO 3

Comentar si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas.

Justificar su respuesta

3.1 A partir de los datos de la siguiente Tabla SIMPLEX de un problema lineal en Forma Estándar se puede deducir como Solución Básica Optima la siguiente solución:

(x1, x2, s1, s2) = (8, 2, 0, 0) y Z* = 5.

N° Ecuación	Z	x1	x2	s1	s2	LD
(0)	1	0	0	2	0	5
(1)	0	1	-2	2	0	4
(2)	0	0	1	1	1	2

Justificar.

VERDADERO
Este PL admite soluciones óptimas alternativas.
Esta Tabla Simplex muestra que la Solución básica (x1, s2 son variables básicas) es Optima: ya que es Factible (b*>0) y en la Ec(0) no hay coeficientes con signo negativo.
Además, como el coeficiente en la Ec(0) de x2 (var no básica) es 0, también admite como Solución Básica (x1, x2 podrian ser variables Básicas) que representa una Solución Optima alternativa. En este caso la solución se calcula a partir de la Tabla modificada una vez que se utiliza como pivote la celda (3 ; 4).
La nueva solución Básica Optima es (8, 2, 0, 0) y Z*=5.

3.2 Un Costo Reducido igual a 0 asociado a una variable de decisión No Básica indica la presencia de una Solución Óptima alternativa. Justificar.

VERDADERO (EN DETERMINADAS CONDICIONES)!
Es el caso visto en la pregunta anterior (3.1). Si el Costo Reducido de una variable no-básica es 0, ésta puede entrar a la base y si además la solución está acotada (habrá una de las variables básicas que puede salir de la Base), entonces estamos frente a una Solución Básica Optima alternativa.

3.3 La siguiente tabla Simplex de un Problema PL en forma Estándar con 2 variables de decisión (x1, x2) y dos variables de holgura (x3 y x4) representa una solución básica factible del PRIMAL de dicho problema:

Var. Básicas	Nº de Ec.	Z	X1	X2	X3	X4	Lado Derecho
Z	(0)	1	2	0	0	4	40
X3	(1)	0	-4	0	1	-1	10
X2	(2)	0	-0,5	1	0	0,5	5

De dicho resultado se deduce la existencia de la siguiente solución factible para el problema DUAL :

$$(y1^*, y2^*, y3^*, y4^*) = (0, 4, 2, 0)$$

Justificar.

VERDADERO
La Solución Básica Factible del PRIMAL es también Optima (todos los coeficientes de la Ec(0) son ≥ 0.
Por lo tanto, la solución complementaria en el DUAL es tambien factible y optima.
Los Precio Sombra (coeficientes debajo de las variables de holgura: x3, x4) tambien representan la solución para las variables de decisión del Dual (y1, y2) = (0,4).
Los Costos Reducido (coeficientes debajo de las variables de decisión del PRIOMAL: x1, x2) representan la solución para las variables de superávit del DUAL (y3, y4) = (2,0).