EJERCICIO 1

Considere el siguiente problema lineal:

$$\text{Max } Z = 3x_1 + 9x_2$$
s.r.
$$x_1 + 6x_2 \leq 6$$
$$3x_1 + x_2 \leq 9$$

$$x_1 \geq 0\ ,\ \ x_2 \geq 0$$

<u>SE PIDE</u>

1) Resolver el PL gráficamente. Identificar la solución óptima.

2) Identificar las soluciones en el vértice, indicando el valor de la función objetivo en cada solución.

3) Construir el problema dual.

4) En base a lo hallado en el punto 2 y en la condición de holgura complementaria, completar el siguiente cuadro:

Factibilidad	Solución Básica en el Primal	Z	W	Solución Básica Complementaria en el Dual	Factibilidad
.	.	0	.	.	.
.	(3,........	.	9	.	.
.	.	9	.	.	.
Factible	.	.	.	.	Factible
.	.	.	18	.	.
.	.	.	.	.	.

5) Resolver gráficamente el problema dual y verificar la coherencia con las soluciones básicas complementarias halladas en el punto 4.

6) Suponga que el problema lineal sufre algunas modificaciones:

$$\text{Max } Z = 4x_1 + 9x_2$$
s.r.
$$2x_1 + 6x_2 \leq 6$$
$$3x_1 + x_2 \leq 9$$

$$x_1 \geq 0\ ,\ \ x_2 \geq 0$$

Comente si la solución hallada en el punto 1 continúa siendo óptima. Justifique.

PAUTAS DE SOLUCIÖN (6; 6; 6; 10; 6; 6)

1) Resolver el PL gráficamente. Identificar la solución óptima.

$(x_1^*, x_2^*) = (48/17, 9/17)$ $Z^* = 225/17$

2) Identificar las soluciones en el vértice, indicando el valor de la función objetivo en cada solución.

(0,9) Z = 81; (0,1) Z = 9; (0,0) Z = 0; (3,0) Z = 9; (6,0) Z = 18;
(48/17,9/17) Z = 225/17

3) Construir el problema dual.

Min $W = 6y_1 + 9y_2$
s.r.

$y_1 + 3y_2 \geq 3$
$6y_1 + y_2 \geq 9$

$y_1 \geq 0$, $y_2 \geq 0$

4) En base a lo hallado en el punto 2 y en la condición de holgura complementaria, completar el siguiente cuadro:

Factibilidad	Solución Básica en el Primal	Z	W	Solución Básica Complementaria en el Dual	Factibilidad
Factible	(0,0,6,9)	0	0	(0,0,-3,-9)	No Factible
Factible	(3,0,3,0)	9	9	(0,1,0,-8)	No Factible
Factible	(0,1,0,8)	9	9	(3/2,0,-3/2,0)	No Factible
Factible	(48/17,9/17,0,0)	225/17	225/17	(24/17,9/17,0,0)	Factible
No Factible	(6,0,0,-9)	18	18	(3,0,0,9)	Factible
No Factible	(0,9,-48,0)	81	81	(0,9,24,0)	Factible

5) Resolver gráficamente el problema dual y verificar la coherencia con las soluciones básicas complementarias halladas en el punto 4.

Graficar y hallar las soluciones en los vértices y verificar que se correspondan con las soluciones básicas complementarias halladas en el punto 4.

6) $2(24/17) + 3(9/17) \geq 4$

La solución básica complementaria satisface la restricción modificada en el dual, la solución básica complementaria es factible. Como la solución del primal también es factible, entonces tanto la solución del primal como la del dual continúan siendo óptimas.

EJERCICIO 2

La gerencia de un Parque de Diversión está planeando la organización de sus nuevas 50 Ha. de parque en tres sectores: Cabalgatas, Plaza de comidas y Shopping. Cada Ha. empleada para las cabalgatas genera una tasa de ganancia de $150/hora; cada Ha empleada para plazas de comidas genera una tasa de ganancia de $200/hora. La zona comercial destinada para shopping genera $300/hora.

Existen restricciones sobre como debe ser organizado el espacio disponible:
- El espacio total a ser organizado es de 50 Ha
- el sector destinado para shopping no puede ser superior a 10 Ha
- No más de 200 personas pueden trabajar en el parque. Se requiere al menos 3 personas en el sector de cabalgatas, 6 empleados por Ha en el sector alimentación, y 5 empleados por Ha en el sector de shopping.
- la reglamentación municipal exige que al menos deben haber 1000 árboles en el área. Una Ha. en el sector alimentación tiene 30 árboles; una Ha. en el sector de cabalgatas tiene 20 árboles; mientras que el sector comercial destinado para shopping no dispone de árboles.

SE PIDE

(a) Formular el PL correspondiente a la organización de las 50 HA de parque, que permita maximizar la ganancia de la empresa

(b) A partir de la información del Informe del SOLVER responder a las preguntas siguientes:.

VARIABLES DE DECISION

Nombre	Valor Final	Costo Reducido	Coeficiente Fn. Objetivo	Incremento Permitido	Decremento Permitido
Espacio Cabalgata	31,25	0,00	150	83,33	76,67
Espacio Comidas	12,50	0,00	200	115	125
Espacio Shopping	6,25	0,00	300	1E+30	116,67

RESTRICCIONES

Nombre	Valor Final	Precio Sombra	Restricción Lado Derecho	Incremento Permitido	Decremento Permitido
EspacioTotal	50	143,75	50	10	16,67
Sector Shopping	6,25	0	10	1E+30	3,75
Empleados	200	31,25	200	30	50
Arboles Uso	1000	-4,375	1000	166,67	100

(b.1) Cual es la asignación óptima del espacio? Cual es la ganancia por hora del Parque de 50 Ha?

(b.2) Si se asume que la Plaza de comidas puede realizar solo una ganancia de $180 p/hora. Cual sería la asignación óptima del espacio del parque, y cual sería en ese caso la ganancia p/hora del Parque?

(b.3) La Junta Departamental aprueba una nueva ordenanza municipal estableciendo que el requerimiento de árboles en el Parque es de 1020 unidades. Cuanto le costará a la gestión del Parque en $/hora. Cuanto sería si ese requerimiento se incrementara a 1200 unidades?

(b.4) Una firma constructora se propone convertir otras 5 Ha adicionales del espacio del Parque en sector comercial para shopping. Cuanto estaría dispuesto a pagar la gerencia del Parque por esa transformación?

(b.5) La gerencia del Parque está estudiando la posibilidad de instalar juegos acuáticos. Cada Ha del sector para juegos acuáticos puede disponer de 2 árboles y requiere 4 empleados. Que ganancia por hora se necesitaría obtener con los juegos acuáticos para decidir su construcción?

(b.6) Una parcela del terreno adyacente al Parque quedó disponible. La parcela cubre un espacio de 16 Ha. El propietario de la parcela está dispuesto a participar en el negocio del Parque. Cuanto estaría dispuesto a pagar la gerencia del Parque por la parcela adicional?

METODOS CUANTITATIVOS APLICADOS A LA ADMINISTRACION
1º REVISION - MAYO 2004

PAUTAS DE SOLUCIÓN (6; 6 ; 6; 5 ; 6; 5)

Formular el PL correspondiente a la organización de las 50 HA de parque, que permita maximizar la ganancia de la empresa

$$\text{Max } Z = 150\,x1 + 200\,x2 + 300\,x3$$

s. r.

$$\begin{aligned} x1 + x2 + x3 &\leq 50 \\ x3 &\leq 10 \\ 3\,x1 + 6\,x2 + 5\,x3 &\leq 200 \\ 20\,x1 + 30\,x2 &\geq 1000 \\ x1 \geq 0\,,\ x2 \geq 0,\ x3 &\geq 0 \end{aligned}$$

(b.1) Cual es la asignación óptima del espacio? Cual es la ganancia por hora del Parque de 50 Ha?

(x*1, x*2, x*3) = (31.25; 12.5; 6.25) donde x1 es el total de Ha para Cabalgata, x2 es el total de Ha para Espacio de Comidas y x3 es el total de Ha para Shopping.
Z*=$9062.5 por hora.

(b.2) Si se asume que <u>la Plaza de comidas</u> puede realizar solo una ganancia de <u>$180 p/hora</u>. Cual sería la asignación óptima del espacio del parque, y cual sería en ese caso la ganancia p/hora del Parque?

- $180 está dentro del Rango de Optimalidad para c2 es [75; 315]. Se mantiene la Base óptima
- en este caso la ganancia por hora del Parque es Z'*=9062.5-20*12.5=$8812.5 p/hora

(b.3) La Junta Departamental aprueba una nueva ordenanza municipal estableciendo que el requerimiento de árboles en el Parque es de <u>1020 unidades</u>. Cuanto le costará a la gestión del Parque en $/hora. Cuanto sería si ese requerimiento se incrementara a <u>1200 unidades</u>?

- Rango de Factibilidad para la 4º Restricción : [900; 1166.67]
- 1020 Unidades está dentro del Rango de Optimalidad. Se mantiene la Base öptima.
  El Costo adicional para la gestión del Parque es 4.375 x 20 =$87.5 p/hora.
- 1020 Unidades está dentro del Rango de Optimalidad. Se mantiene la Base öptima.
  El Costo adicional para la gestión del Parque es 4.375 x 20 =$87.5 p/hora.
- 1200 Unidades NO está dentro del Rango de Optimalidad. Cambiará la Base y hay que reoptimizar.

(b.4) Una firma constructora se propone <u>convertir otras 5 Ha adicionales del espacio del Parque</u> en sector comercial para shopping. Cuanto estaría dispuesto a pagar la gerencia del Parque por esa transformación?

- La modificación está dentro del Rango de Factibilidad de la 2º Restricción : [6.25 ; M]
- No estaría dispuesto a pagar nada, el Precio Sombra respectivo es y*(2) = 0

(b.5) La gerencia del Parque está estudiando la posibilidad de instalar juegos acuáticos. Cada Ha del sector para juegos acuáticos puede disponer de 2 árboles y requiere 4 empleados. Que ganancia por hora se necesitaría obtener con los juegos acuáticos para decidir su construcción?

- Se trata de un nuevo servicio. El Costo marginal de la nueva actividad está relacionado con el valor marginal de los recursos a emplear para su desarrollo : y*1+ 2 y*3+ 4 y*4 = 260
- Para decidir su construcción la ganancia por hora debería ser C(nueva)>260, o C(nueva)=260

(b.6) Una <u>parcela del terreno adyacente</u> al Parque quedó disponible. La parcela cubre un espacio de <u>16 Ha</u>. El propietario de la parcela está dispuesto a participar en el negocio del Parque. Cuanto estaría dispuesto a pagar la gerencia del Parque por la parcela adicional?

Rango de Factibilidad para la 1º Restricción es [33.33 ; 60]
El cambio propuesto está fuera del Rango de Factibilidad, hay que Reoptimizar.

EJERCICIO 3

Comentar si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas.

Justificar su respuesta

PAUTAS DE SOLUCION (8; 6; 6)

3.1 Considere el siguiente problema de Programación Lineal (PRIMAL)

$$\text{Max } Z = 2x_1 + 7x_2 + 4x_3$$

Sujeta a

$$x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 10$$
$$3x_1 + 3x_2 + 2x_3 \leq 10$$
$$x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0,\ x_3 \geq 0$$

Para el Problema DUAL se obtuvo la siguiente Solución Factible: (0 ; 5/2).
En consecuencia el valor óptimo de la Función Objetivo del PRIMAL tiene que ser necesariamente menor a 25.

Verdadero en todos los casos en que x* sea la Solución Óptima del Primal, y que la solución factible del dual y no sea la óptima, entonces cx*<yb
En el caso de que y* sea la solución óptima del Dual entonces cx*=y*b

Referirse a las propiedades de Dualidad Débil y Fuerte

3.2 A nivel de la solución óptima, el Precio Sombra para una restricción no-activa es siempre cero.

Verdadero.
Si la restricción no está activa la correspondiente Variable de Holgura será positiva y esto significa que existen recursos disponibles y no se está dispuesto a pagar para adquirir más unidades de ese recurso.
La variable de holgura está en la base, y su coeficiente en la Línea "0" del Tableau del Simplex será igual a 0

3.3 La siguiente tabla representa una solución básica de un determinado problema primal:

Var. Básicas	Nº de Ec.	Z	X_1	X_2	X_3	X_4	Lado Derecho
Z	(0)	1	-2	0	0	4	40
X_3	(1)	0	-4	0	1	-1	10
X_2	(2)	0	-0,5	1	0	0,5	5

La solución óptima del problema dual es $(y_1^*, y_2^*) = (0,4)$

Falso, el problema primal tiene una función objetivo no acotada para la región factible definida. Por lo tanto, el Dual no tiene soluciones factibles (teorema de Dualidad). Si el problema dual no tiene soluciones factibles no puede tener óptimo.